

Mathematik A (ET) Wintersemester 2022/23

3. Übungsblatt (09.11.2022)

Beispiel 3.1. Überprüfen Sie, ob die Folgen monoton sind und ob sie konvergieren.

(a) $a_n = \frac{2n+1}{3n+2}$ (2 Pkt.)

(b) $a_n = \frac{3^n}{1+3^n}$ (3 Pkt.)

$$a_n = (-1)^{n^2}$$

Beispiel 3.2. Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Begründen Sie die wahren Aussagen und finden Sie ein Gegenbeispiel für jede falsche Aussage. Hierbei dürfen Sie bekannte Ergebnisse aus der Vorlesung benutzen. (Die Folgen seien stets in den reellen Zahlen gegeben.) (3 Pkt.)

- Jede nicht monotone Folge ist nicht konvergent.
- Jede Folge mit genau einem Häufungswert konvergiert auch.
- Jede konvergente Folge hat genau einen Häufungswert.

Beispiel 3.3. Bestimmen Sie, ob die Folgen konvergieren, oder nicht. Geben Sie im Falle der Konvergenz den Grenzwert an. (3 Pkt.)

(a) $a_n = \frac{n(n+1)}{3n^2+7n}$

(b) $a_n = \frac{\sin(n)}{n}$
Hinweis: Sandwich-Theorem

Beispiel 3.4. Beweisen Sie, ob folgende Reihen (absolut) konvergieren oder divergieren.

(a) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2\sqrt{k}}{k+2}$ (2 Pkt.)
Hinweis: Vergleichskriterium

(b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^2}{k^4+3k+1}$ (2 Pkt.)
Hinweis: Vergleichskriterium

(c) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^3+1}{k!}$ (2 Pkt.)
Hinweis: Quotientenkriterium

(d) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3^{2k}}{5^k} k^2$ (2 Pkt.)
Hinweis: Wurzelkriterium

(e) $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{k}{2^k}$ (2 Pkt.)