Mathematik A (ET) Wintersemester 2023/24

12. Übungsblatt (17.01.2024)

Beispiel 12.1. Approximieren Sie $f(x) = x^2$ an der Stelle $x_0 = 4$ durch eine Gerade. **(2 Pkt.)** Benutzen Sie zur Berechnung von $f'(x_0)$ die Definition der Differenzierbarkeit einer Funktion in einem Punkt

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}.$$

(Verwenden Sie nicht die Rechenregeln von l'Hospital.)

Beispiel 12.2. Bestimmen Sie die Tangentengleichung der Funktion **(2 Pkt.)**

$$f(x) = \frac{16}{x} - 4\sqrt{x}$$

am Punkt $x_0 = 4$. Hierbei dürfen Sie die bekannten Rechenregeln über die Ableitung einer Funktion verwenden.

Beispiel 12.3. Bestimmen Sie den größten Bereich, in dem die Funktion **(3 Pkt.)**

$$f : [0,6] \to \mathbb{R}, \quad f(x) = ||x-1| - (x-3)^2|$$

differenzierbar ist.

Beispiel 12.4. Bestimmen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen mithilfe der Ableitungsregeln (Quotientenregel, Kettenregel, Produktregel etc.): **(3 Pkt.)**

(a) $f_1(x) = \sqrt{x}^{\sqrt{x}}$

(b) $f_2(x) = x(-2 + \ln(x^2))$

(c) $f_3(x) = \frac{x + 2\ln(x)\sin(x)}{2 + x^3}$

Beispiel 12.5. Berechnen Sie die Ableitung von $\operatorname{arcosh}(x)$ mithilfe der Ableitungsregel für die Umkehrfunktion. **(2 Pkt.)**

Beispiel 12.6. Sei $f(x) = \frac{1}{1-x}$. Berechnen Sie allgemein $f^{(n)}(x)$, die n-te Ableitung von $f(x)$ (wobei $n \in \mathbb{N}$), und beweisen Sie die Behauptung mit vollständiger Induktion. **(2 Pkt.)**