

Mathematik A (ET) Wintersemester 2023/24

3. Übungsblatt (25.10.2023)

Beispiel 3.1. Überprüfen Sie, ob die Folgen monoton sind und ob sie konvergieren. (3 Pkt.)

(a) $a_n = \frac{5n + 1}{2n + 4}$

(b) $a_n = \frac{5^n}{1 + 5^n}$

(c) $a_n = (-1)^{(n^2)}$

Beispiel 3.2. Bestimmen Sie, ob die Folgen konvergieren, oder nicht. Geben Sie im Falle der Konvergenz den Grenzwert an. (3 Pkt.)

(a) $a_n = \frac{n(n + 3)}{5n^2 + 2n}$

(b) $a_n = \frac{\cos(n)}{n}$
Hinweis: Sandwich-Theorem

Beispiel 3.3. (3 Pkt.)

(a) Bestimmen Sie alle Häufungswerte der Folge

$$a_n = \frac{1}{n} + 2(-1)^n, \quad n \in \mathbb{N}.$$

(b) Geben Sie jeweils ein Beispiel einer Folge an mit (i) keinem Häufungswert, (ii) genau einem Häufungswert, (iii) genau 3 Häufungswerten und (iv) unendlich vielen Häufungswerten.

Hinweis: Sie müssen nicht die Folgen in der üblichen Form $a_n = \dots$ angeben.

Beispiel 3.4. Beweisen Sie, ob folgende Reihen (absolut) konvergieren oder divergieren.

(a) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3\sqrt{k+2}}{k+1}$ (3 Pkt.)
Hinweis: Vergleichskriterium

(b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2k^2}{3k^4 + k + 2}$
Hinweis: Vergleichskriterium

(c) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^5 + k + 1}{(k+1)!}$ (3 Pkt.)
Hinweis: Quotientenkriterium

(d) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3^{k^2+k}}{5^{(k+2)^2-5}} k^2$
Hinweis: Wurzelkriterium