

# Mathematik A (ET) Wintersemester 2023/24

## 5. Übungsblatt (15.11.2023)

---

**Beispiel 5.1.** Gegeben sei die rationale Funktion  $\frac{p(x)}{q(x)}$  durch

$$\frac{x^4 + 6x^3 + 7x^2 - x - 1}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$$

(a) Führen Sie eine Polynomdivision durch:

(2 Pkt.)

$$\frac{p(x)}{q(x)} = h(x) + \frac{r(x)}{q(x)},$$

wobei  $\text{Grad } r < \text{Grad } q$ .

Finden Sie weiterhin die drei Nullstellen von  $q(x)$ .

(b) Bestimmen Sie die Partialbruchzerlegung der rationalen Funktion  $\frac{r(x)}{q(x)}$ .

(2 Pkt.)

**Beispiel 5.2.** Gegeben sei die rationale Funktion  $\frac{p(x)}{q(x)}$  durch

(3 Pkt.)

$$\frac{x^2 - 1}{x^3 - 3x^2 - 45x + 175}.$$

(a) Bestimmen Sie mithilfe des Vietaschen Wurzelsatzes die Nullstellen des Nenners  $q(x)$ .

(b) Bestimmen Sie die Partialbruchzerlegung von  $\frac{p(x)}{q(x)}$ .

**Beispiel 5.3.** Bestimmen Sie die Partialbruchzerlegung der Funktion

(2 Pkt.)

$$\frac{5x}{(x^2 + 1)(x - 3)}.$$

**Beispiel 5.4.** Gegeben sei die Funktion  $\tanh x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ . Leiten Sie her, dass die

(2 Pkt.)

Umkehrfunktion tatsächlich  $\frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x}$  ( $= \text{artanh}(x)$ ) ist.

**Beispiel 5.5.** Bestimmen Sie die reellen Lösungen der Gleichungen

(3 Pkt.)

(a)  $6 \cosh(2x) - 4 \sinh(2x) = 10.$

(b)  $\cosh\left(\ln\left(\frac{x}{2}\right)\right) - \sinh(\ln(x)) = 2.$