
Mathematik A (EEE) WS 2024/25

Institut für Diskrete Mathematik (5050), TU Graz

12. Übungsblatt (15.01.2025)

Beispiel 12.1. Berechnen Sie die Ableitungen von

(2 Pkt.)

$$\operatorname{arsinh}(x) \quad \text{und} \quad \operatorname{arcosh}(x)$$

mit Hilfe der Ableitungsregel für die Umkehrfunktion.

Beispiel 12.2. Bestimmen Sie den größtmöglichen Bereich, in dem die Funktion $f : [-5, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

(3 Pkt.)

$$f(x) = ||x + 1| - (x - 2)^2|$$

differenzierbar ist.

Beispiel 12.3. Ermitteln Sie den größtmöglichen Definitionsbereich D der Funktion

(3 Pkt.)

$$x^3 \sqrt{1 - 3x^2}$$

sowie alle lokalen Extremstellen von f auf D . Unterscheiden Sie auch, ob an den Extremstellen Maxima oder Minima vorliegen und ob diese sogar global sind.

Beispiel 12.4. Führen Sie eine Kurvendiskussion zur Funktion

(4 Pkt.)

$$f(x) = \frac{(x - 1)^3}{(x + 1)^2}$$

durch. Das heißt, untersuchen Sie den maximalen Definitionsbereich, Nullstellen, Stetigkeit, Differenzierbarkeit, Grenzwerte (gegen $\pm\infty$ und bei Definitionslücken), Asymptoten (waagrechte, senkrechte und schräge), Monotonieverhalten (d.h. maximale Intervalle, auf denen f monoton steigend/fallend ist), Extremstellen, Krümmungsverhalten (d.h. maximale Intervalle, auf denen f konkav/konvex ist), Wendepunkte und fertigen Sie eine Skizze an.

Beispiel 12.5. Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte mit der Regel von de L'Hôpital: (3 Pkt.)

(a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{\ln(x) - \ln(3)}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 1/2} (1 - 2x) \tan(\pi x)$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x - x^2)^{\frac{1}{x}}$