Mathematik A (EEE) WS 2024/25

Institut für Diskrete Mathematik (5050), TU Graz

4. Übungsblatt (06.11.2024)

Untersuchen Sie die Reihen in den Beispielen 4.1–4.3 auf Konvergenz und absolute Konvergenz. Falls erforderlich, können Sie folgenden Grenzwert ohne Beweis verwenden: $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e$, wobei $e \approx 2{,}718$ die Eulersche Zahl bezeichnet.

Beispiel 4.1. **(3 Pkt.)**

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^3-3n+1}{9n^3+n-1}$

(b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^2-2n+2}}$

Beispiel 4.2. **(3 Pkt.)**

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$

(b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2+1}{5n^3-2}$

Beispiel 4.3. **(3 Pkt.)**

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{3n}((n+1)!)^2}{(2n-1)!}$

(b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{(n^2)}$

Beispiel 4.4. Bestimmen Sie die Partialsummenfolge und ermitteln Sie gegebenenfalls den Grenzwert der Reihe **(3 Pkt.)**

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)!}.$$

Beispiel 4.5. Beweisen Sie die folgende Formel: **(3 Pkt.)**

$$\binom{2n}{n} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}^2 = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}\binom{n}{n-k}.$$

(Hinweis: Betrachten Sie die Koeffizienten von $(1+x)^n(1+x)^n = (1+x)^{2n}$.)