
Mathematik A (EEE) WS 2024/25

Institut für Diskrete Mathematik (5050), TU Graz

5. Übungsblatt (13.11.2024)

Beispiel 5.1. Gegeben ist eine reelle Zahl q mit $0 < |q| < 1$. Zeigen Sie mit Hilfe des Produkts (2 Pkt.)

$$\left(\sum_{n=0}^{\infty} q^n \right) \cdot \left(\sum_{n=0}^{\infty} q^n \right),$$

dass die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} nq^n$ absolut konvergiert und den Reihenwert $\frac{q}{(1-q)^2}$ hat.

Beispiel 5.2. Finden Sie den größtmöglichen Definitionsbereich in \mathbb{R} der Funktionen (2 Pkt.)

(a) $f(x) = \frac{x-3}{x^2+9x-22}$

(b) $f(x) = \ln(3 - \sqrt{1-x})$

Beispiel 5.3. Gegeben ist die reelle Funktion $f : A \rightarrow B$ durch die Abbildungsvorschrift (3 Pkt.)

$$f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{5 - \sqrt{x}}}.$$

(a) Finden Sie den größtmöglichen Definitionsbereich A der Funktion.

(b) Bestimmen Sie den Wertebereich $B = f(A)$ der Funktion.

(c) Zeigen Sie, dass $f : A \rightarrow B$ bijektiv ist und bestimmen Sie ihre Umkehrfunktion $f^{-1} : B \rightarrow A$.

Beispiel 5.4. Zeigen Sie, ohne Ableitungen zu verwenden, dass die folgende Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, (3 Pkt.)

$$f(x) = \frac{1+3x}{4+x^2},$$

beschränkt und nicht injektiv ist.

Beispiel 5.5. Bestimmen Sie, welche der folgenden Funktionen gerade, ungerade oder periodisch sind. (2 Pkt.)

(a) $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) - \cos(\pi x)$.

(b) $g(x) = (2^{(1+x)^3} - 2^{(1-x)^3})(-1 - x^2)$.