
Mathematik A (EEE) WS 2024/25

Institut für Diskrete Mathematik (5050), TU Graz

6. Übungsblatt (20.11.2024)

Beispiel 6.1. Untersuchen Sie ob die folgenden Grenzwerte existieren und geben Sie gegebenenfalls ihren Wert an: **(3 Pkt.)**

(a) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2x^2 - 15x + 7}{7 - x}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x - \frac{1}{x}}{x - 2 + \frac{1}{x}}$

(c) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{2x + 22} - 4}{x + 3}$

Beispiel 6.2. Bestimmen Sie mit Hilfe des Bisektionsverfahrens auf zwei Dezimalstellen genau die Nullstelle der Funktion **(2 Pkt.)**

$$f(x) = \tan(x)^2 - x$$

auf dem Intervall $(\pi/8, \pi/4)$.

Beispiel 6.3. Bestimmen Sie alle Werte $a, b, c \in \mathbb{R}$, für die die folgende Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stetig ist: **(2 Pkt.)**

$$f(x) = \begin{cases} 1 - ax & \text{für } x \leq 0, \\ b \frac{\sin(x)}{x} & \text{für } 0 < x < \frac{\pi}{2}, \\ x + \frac{c}{x} & \text{für } x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Beispiel 6.4. Zeigen Sie, dass die Funktion **(2 Pkt.)**

$$f(x) = \frac{1 - x^5}{x^5}$$

auf dem Intervall $(1, \infty)$ eine stetige Umkehrfunktion hat und bestimmen Sie diese.

Beispiel 6.5. Skizzieren Sie den Graphen der Funktion **(3 Pkt.)**

$$f(x) = x \operatorname{sgn}(\sin(x))$$

und bestimmen Sie alle Stellen, an denen $f(x)$ stetig ist. Die Funktion $\operatorname{sgn}(x)$ bezeichnet die Vorzeichenfunktion die auf \mathbb{R} definiert ist durch

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} -1, & \text{für } x < 0, \\ 0, & \text{für } x = 0, \\ 1, & \text{für } x > 0. \end{cases}$$