Mathematik B (ET) Sommersemester 2020

12. Übungsblatt (18.6.2020)

Beispiel 12.1. Ermitteln Sie alle Lösungen der Bernoullischen Differentialgleichung **(3 Pkt.)**

$$xy' - 4y = x^2y^3$$

für $x > 0$. Bestimmen Sie anschließend

- den Definitionsbereich der allgemeinen Lösung,
- diejenigen Lösungen mit $y(1) = 1$, $y(1) = 0$ und $y(1) = -\frac{1}{2}$.

Beispiel 12.2. Ermitteln Sie für die Riccatische Differentialgleichung **(2 Pkt.)**

$$y' + (2e^{4x} - 3)y + (1 - e^x)y^2 = 4e^{6x}$$

eine Lösung und formen Sie die Differentialgleichung mit Hilfe dieser Lösung in eine Bernoullische Differentialgleichung um.

Hinweis: Standardansätze sind $y = \alpha x^\beta$, $y = \alpha e^{\beta x}$ oder $y = \alpha_1 x^{\beta_1} + \alpha_2 x^{\beta_2}$.

Beispiel 12.3. Stellen Sie fest ob die Differentialgleichung **(3 Pkt.)**

$$2y^3 - \frac{3 + 4x}{y} + \left(2xy^2 + \frac{x + x^2}{y^2}\right) y' = 0$$

exakt ist. Falls ja, lösen Sie sie. Ansonsten bestimmen Sie zunächst einen integrierenden Faktor und lösen danach die erhaltene exakte Differentialgleichung.

Beispiel 12.4. Setzen Sie in der Differentialgleichung **(2 Pkt.)**

$$x^3y''' + 3x^2y'' - 6xy' + 6y = 0$$

den Ansatz $y(x) = x^a$ (mit $a \in \mathbb{R}$ konstant) ein und ermitteln Sie, für welche Werte von a die Differentialgleichung erfüllt ist. Prüfen Sie anschließend, ob die so erhaltenen Funktionen ein Fundamentalsystem der Differentialgleichung bilden.

Beispiel 12.5. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung **(3 Pkt.)**

$$y'' + 2y' = 16\sinh(2x) + 12x^2 + 42.$$

Beispiel 12.6. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung **(3 Pkt.)**

$$y'' + 9y = 18\cos(3x) + 42\sin(-3x).$$

Beispiel 12.7. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung **(3 Pkt.)**

$$y''' - 4y'' + 4y' = e^{2x} + 4\sin(x) + 3\cos(x).$$