

Mathematik B (ET) Sommersemester 2020

2. Übungsblatt (12.3.2020)

Beispiel 2.1. Berechnen Sie die Grenzwerte

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin(x)}{e^{(x^2)} - \cos(x)},$ (2 Pkt.)

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cosh(2x) - x \sinh(2x) - 1}{e^x - 1 + \ln(1 - x)},$ (3 Pkt.)

indem Sie in Zähler und Nenner jeweils die ersten Summanden der Taylorreihen bestimmen.

Beispiel 2.2. Berechnen Sie Ober- und Untersummen

(a) von $f: [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sin(x)$ bezüglich der Zerlegung $Z = \{0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}, \pi\};$ (2 Pkt.)

(b) von $g: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 3x^2 + 2x$ bezüglich der äquidistanten Zerlegung $Z_n = \{x_0, \dots, x_n\}$ von $[0, 1]$ für allgemeines n . Wie groß muss n gewählt werden, damit $O(Z_n, g) - U(Z_n, g) < \frac{1}{1000}$ gilt? (3 Pkt.)

Beispiel 2.3. Gegeben ist die Funktion (3 Pkt.)

$$f(x) = \lfloor x \rfloor \cdot (-1)^{\lfloor x \rfloor},$$

wobei

$$\lfloor x \rfloor = \max\{n \in \mathbb{Z} \mid n \leq x\}.$$

Zeigen Sie, dass f auf jedem abgeschlossenen Intervall $[a, b]$ integrierbar ist und berechnen Sie das Integral

$$\int_0^5 f(x) dx.$$

1 zusätzlicher Tafelpunkt für den Wert des Integrals

$$\int_0^{2020,0312} f(x) dx.$$

Beispiel 2.4. Berechnen Sie das Integral (2 Pkt.)

$$\int_0^{4\pi} |\cos(x)| dx$$

und vergleichen Sie das Ergebnis mit

$$\left| \int_0^{4\pi} \cos(x) dx \right|.$$

Beispiel 2.5. Seien $a_1, \dots, a_k \in \mathbb{R}$. Verwenden Sie den Mittelwertsatz der Integralrechnung, um zu zeigen, dass die Funktion (2 Pkt.)

$$\sum_{k=1}^n a_k \cos(kx)$$

auf dem Intervall $[0, \pi]$ eine Nullstelle besitzt.