Mathematik B (ET) Sommersemester 2020

7. Übungsblatt (30.4.2020)

Beispiel 7.1. Untersuchen Sie, an welchen Stellen die Funktion **(2 Pkt.)**

$$f(x,y) = \begin{cases} 0 & \text{für } (x,y) = (0,0), \\ \frac{2x^2-5xy^2+3y^4}{\sqrt{4x^2+3y^2}} & \text{sonst} \end{cases}$$

stetig ist.

Beispiel 7.2. Untersuchen Sie, an welchen Stellen die Funktionen **(3 Pkt.)**

$$f(x,y) = \begin{cases} 0 & \text{für } (x,y) = (0,0), \\ \frac{x^3\cos(y)+y}{x^2+2y^2} & \text{sonst,} \end{cases}$$

$$g(x,y) = \begin{cases} (x+y)\ln|x+y| & \text{für } x+y \neq 0, \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

stetig sind.

Beispiel 7.3. Untersuchen Sie, ob der Grenzwert **(2 Pkt.)**

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3y+xy^3}{x^4+y^4}$$

existiert und geben Sie gegebenenfalls seinen Wert an.

Beispiel 7.4. Sei $f(x,y)$ die Funktion aus Beispiel 7.1. An welchen Stellen existieren die partielle Ableitungen f_x und f_y? Geben Sie die partiellen Ableitungen an, wann immer sie existieren. **(3 Pkt.)**

Beispiel 7.5. Berechnen Sie die Richtungsableitung der Funktion **(2 Pkt.)**

$$f(x,y) = \begin{cases} 0 & \text{für } (x,y) = (0,0), \\ \frac{x^4y}{2x^4+y^4} & \text{sonst} \end{cases}$$

im Punkt $(0,0)$ in eine allgemeine Richtung $\vec{v} = (a,b)$ mit $\|\vec{v}\| = 1$.

Beispiel 7.6. Berechnen Sie den Gradienten und die Richtungsableitungen der Funktion **(3 Pkt.)**

$$f(x,y,z) = x^2z^2 - y + yz^2 + \cos(xz+y^2) + xy$$

im Punkt $\vec{a} = (1,-1,-1)$ in die Richtungen

$$\vec{v}_1 = \frac{1}{9}\begin{pmatrix} 1 \\ 8 \\ -4 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad \vec{v}_2 = \frac{1}{11}\begin{pmatrix} -9 \\ -2 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

In welche Richtungen ist die Richtungsableitung von f in $\vec{a}$ maximal, minimal, bzw. Null?

Beispiel 7.7. Zeigen Sie, dass die Funktion **(2 Pkt.)**

$$f(x,y) = \begin{cases} 0 & \text{für } (x,y) = (0,0), \\ \frac{x^3y+xy^3}{x^4+y^4} & \text{sonst} \end{cases}$$

in $(0,0)$ zwar partiell differenzierbar ist, die Richtungsableitung in Richtung $\frac{1}{\sqrt{2}}(1,1)$ aber nicht existiert. Ist f in $(0,0)$ total differenzierbar?