Mathematik B (ET) Sommersemester 2020

8. Übungsblatt (7.5.2020)

Beispiel 8.1. Berechnen Sie die partiellen Ableitungen der Funktion $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ mit **(2 Pkt.)**

$$f(x,y,z) = \frac{2x^3 - x\cos(y)}{1+3z^4}$$

und untersuchen Sie diese auf Stetigkeit. Ist f auf ganz $\mathbb{R}^3$ total differenzierbar?

Beispiel 8.2. Zeigen Sie, dass die Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit **(3 Pkt.)**

$$f(x,y) = \begin{cases} 0 & \text{für } (x,y) = (0,0), \\ (x^2+2y^2)\sin\left(\frac{1}{x^2+y^2}\right) & \text{sonst} \end{cases}$$

in $(0,0)$ total differenzierbar ist.

Bemerkung: Die partiellen Ableitungen von f sind *nicht* stetig in $(0,0)$. Versuchen Sie also nicht, die totale Differenzierbarkeit auf diesem Wege zu zeigen.

Beispiel 8.3. Bestimmen Sie die Ebenengleichung der Tangentialebene der Fläche **(2 Pkt.)**

$$z = f(x,y) := x^2 + 2xy - 4y^2$$

in einem allgemeinen Punkt $\big(x_0, y_0, f(x_0,y_0)\big)$. Für welche x_0, y_0 ist die Tangentialebene parallel zur Ebene $\mathcal{E}_1\colon 2z = x - 4y$?

Beispiel 8.4. Für eine stetig differenzierbare Funktion $f(x,y,z)$ betrachten wir die dazugehörige Funktion **(2 Pkt.)**

$$F(r,\varphi,\theta) := f\big(r\cos(\varphi)\sin(\theta), r\sin(\varphi)\sin(\theta), r\cos(\theta)\big)$$

in Kugelkoordinaten. Berechnen Sie mit Hilfe der Kettenregel die partiellen Ableitungen F_r, F_φ und F_θ von F in Abhängigkeit von f_x, f_y und f_z.

Beispiel 8.5. Berechnen Sie alle stationären Punkte der folgenden Funktionen und bestimmen Sie deren Typ (lokales Maximum, lokales Minimum oder Sattelpunkt).

(a) $f(x,y) = (x+y+1)e^y - e^x$; **(2 Pkt.)**

(b) $g(x,y) = 3x^2 + xy^3 + 4y^2 + 1$; **(3 Pkt.)**

(c) $h(x,y) = x^2(4 - x^2 - y^2)$. **(3 Pkt.)**