

Mathematik B (ET) Sommersemester 2020

9. Übungsblatt (14.5.2020)

Hinweis: Überlegen Sie sich bei Beispielen zu Extrema unter Nebenbedingungen zunächst, welche Punktmenge durch die Nebenbedingungen beschrieben wird.

Beispiel 9.1. Bestimmen Sie alle lokalen und globalen Maxima und Minima der Funktion (je 2 Pkt.)

$$f(x, y) = 9x^2 + 25y^2$$

unter der Nebenbedingung $x^2 + y^2 = 4$,

- (a) indem Sie die Nebenbedingung nach einer Variablen auflösen und in f einsetzen;
- (b) durch Parametrisieren der durch die Nebenbedingung beschriebenen Kurve;
- (c) mit Hilfe der Lagrange Methode.

Beispiel 9.2. Ermitteln Sie alle lokalen und globalen Maxima und Minima von (3 Pkt.)

$$f(x, y, z) = x + 3y - 2z$$

unter den Nebenbedingungen $x^2 + y^2 = 8$ und $x + z = 5$ mit Hilfe der Lagrange Methode.

Beispiel 9.3. Bestimmen Sie alle lokalen und globalen Maxima und Minima der Funktion (3 Pkt.)

$$f(x, y) = x^2 + \left(y + \frac{5}{3}\right)^2$$

auf der Menge $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 4x^2 + 9y^2 \leq 36\}$.

Beispiel 9.4. Bestimmen Sie alle Extremstellen und deren Typ (Maximum oder Minimum, global oder nur lokal) von (3 Pkt.)

$$f(x, y) = xy^2 - x + 2$$

auf der Menge $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 - y^2 \geq 1\}$.

Beispiel 9.5. Zu einer Konstanten $a \in \mathbb{R}$ betrachten wir das Vektorfeld (2 Pkt.)

$$\vec{V}(x, y, z) = \begin{pmatrix} yz + ax^2 \\ xz - a^2z \\ xy - 4y - az^2 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Rotation und die Divergenz von \vec{V} . Für welche Werte von a ist das Feld wirbelfrei? Wo liegen (je nach Wert von a) die Quellen und die Senken des Feldes?