

Mathematik B (ET) Sommersemester 2021

3. Konversatorium 15.03.2021

Beispiel 3.1. Berechnen Sie das Integral

$$\int_{-2\pi}^{2\pi} |\sin(x)| dx$$

und vergleichen Sie das Ergebnis mit

$$\left| \int_{-2\pi}^{2\pi} \sin(x) dx \right|.$$

Beispiel 3.2 (Integration durch Substitution).

Satz (Substitutionsregel). *Ist $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ stetig differenzierbar und ist $g : f(I) \rightarrow \mathbb{R}$ stetig, so gilt*

$$\int g(f(x)) \cdot f'(x) dx = G(f(x))$$

wobei G Stammfunktion von g ist.

Ermitteln Sie die folgende Integrale

(a) $\int x(5x^2 - 3)^7 dx$

(b) $\int \frac{1+x}{1+\sqrt{x}} dx$

(c) $\int \frac{dx}{\sqrt{e^x - 1}}$

(d) $\int \frac{\ln(2x)}{x \ln(4x)} dx$

(e) $\int \frac{\sqrt{x^2 - a^2}}{x} dx$

Trigonometrische Substitution ($a > 0$):

- für $\sqrt{a^2 - x^2}$ benutzt man $x = a \sin t$;
- für $\sqrt{x^2 - a^2}$ benutzt man $x = \frac{a}{\cos t}$;
- für $\sqrt{x^2 + a^2}$ benutzt man $x = a \tan t$.

Beispiel 3.3 (Partielle Integration).

Satz. f und g seien auf I stetig differenzierbar. Dann gilt

$$\int f(x)g'(x) dx = f(x) \cdot g(x) - \int f'(x)g(x) dx.$$

- für $\int P(x) \cos(x) dx$ benutzt man $f = P(x), g' = \cos(x)$;

- für $\int P(x)e^x dx$ benutzt man $f = P(x), g' = e^x$;
- für $\int P(x) \ln x dx$ benutzt man $f = \ln x, g' = P(x)$;
- für $\int P(x) \arcsin \dots(x) dx$ benutzt man $f = \arcsin \dots(x), g' = P(x)$;

wo $P(x)$ ein Polynom ist.

Ermitteln Sie die folgende Integrale

(a) $\int x \ln x dx$

(b) $\int (x^2 + 5x + 6) \cos(2x) dx$

(c) $\int \arctan x dx$

Beispiel 3.4. Ermitteln Sie das Integral $\int e^x \cos x dx$.