

# Mathematik B (ET) Sommersemester 2021

5. Konversatorium 12.04.2021

---

**Beispiel 5.1.** Berechnen Sie die Koeffizienten  $\alpha_0$  und  $\alpha_1$  gegeben durch

$$\alpha_i := \int_0^3 \left( \prod_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^3 \frac{s-k}{i-k} \right) ds.$$

Setzen Sie die erhaltene Werte (sowie  $\alpha_2 = \alpha_1$  und  $\alpha_3 = \alpha_0$ , was aus Symmetriegründen gilt) anschließend in den Ausdruck

$$\frac{b-a}{3} \sum_{i=0}^3 \alpha_i f(x_i)$$

ein und vergleichen Sie ihn mit der Näherung

$$\frac{b-a}{8} \left( f(x_0) + 3f(x_1) + 3f(x_2) + f(x_3) \right)$$

aus der  $\frac{3}{8}$ -Regel. (Hierbei ist jeweils  $x_i = a + i \cdot \frac{b-a}{3}$ .)

**Beispiel 5.2.** Berechnen Sie die Näherungen des Integrals

$$\int_1^3 \frac{1}{x} dx.$$

durch Trapezregel, Simpsonregel,  $\frac{3}{8}$ -Regel und Milne-Regel und vergleichen Sie diese Näherungen mit dem exakten Wert und finden Sie die Fehler.

**Beispiel 5.3.** Gegeben ist die Funktion  $f: [-\pi, \pi) \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\text{sign}(x) \cdot \pi - x}{2}, & \text{für } x \neq 0, \\ 0, & \text{für } x = 0 \end{cases}$$

Ermitteln Sie die Fourierreihe  $F(x)$  der  $2\pi$ -periodischen Fortsetzung von  $f$ .

An welchen Stellen  $x$  konvergiert die Fourierreihe punktweise gegen die Funktion? Ist die Konvergenz sogar gleichmäßig?

**Beispiel 5.4.** Ermitteln Sie die Fourierreihe der Funktion  $f(x)$  gegeben durch  $f(x) = x \cos x$  auf  $[-\pi, \pi)$ . An welchen Stellen  $x$  konvergiert die Fourierreihe punktweise gegen  $f(x)$ ? Ist die Konvergenz sogar gleichmäßig?

**Beispiel 5.5.** Untersuchen Sie die folgenden uneigentlichen Integrale auf Konvergenz und bestimmen Sie, falls sie konvergieren, ihren Wert.

(a)  $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x-1}}$

$$(b) \int_1^2 \frac{dx}{(x-2)^2}$$

$$(c) \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{5}-1}{2}} \frac{2x-8}{\sqrt{1-x-x^2}} dx$$

$$(d) \int_{-1}^8 \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}$$

$$(e) \int_1^{\infty} \frac{\ln x}{x^2} dx$$

$$(f) \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{e^x-1}} dx$$