

# Mathematik B (ET) Sommersemester 2021

7. Konversatorium 26.04.2021

---

**Beispiel 7.1.** Untersuchen Sie, ob die Grenzwerte  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x,y)$  existieren und geben Sie gegebenenfalls seinen Werte an. (Ist die Funktion im Nullpunkt stetig ergänzbar?)

(a)

$$f(x,y) = \frac{2x^2}{x^2 + y^2}$$

(b)

$$f(x,y) = xy \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$$

$$f(x,y) = \frac{xy}{e^{x^2} - 1}$$

**Beispiel 7.2.** Untersuchen Sie, an welchen Stellen die folgende Funktionen stetig sind.

(a)

$$f(x,y) = \begin{cases} 0 & \text{für } (x,y) = (0,0), \\ \frac{2x^2 - 5xy^2 + 3y^4}{\sqrt{4x^2 + 3y^2}} & \text{sonst} \end{cases}$$

(b)

$$f(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{für } x = y, \\ \frac{\sin(x-y)}{x-y} & \text{sonst} \end{cases}$$

**Beispiel 7.3.** Bestimmen Sie die partiellen Ableitung von  $f$ ,  $\text{grad } f(x,y)$  sowie  $\text{grad } f(0,1)$ .

$$f(x,y) = \begin{cases} 0 & \text{für } (x,y) = (0,0), \\ \frac{3x^2y^5 + x^6y^2 - 4y^9}{x^6 + 5x^4y^4 + 9y^6} & \text{sonst.} \end{cases}$$

Bestimmen Sie die Richtungsableitung von  $f$  in  $(0,1)$  in eine allgemeine Richtung  $\vec{v} = (a,b)$  (mit  $\|\vec{v}\| = 1$ ).

Bestimmen Sie die Richtungsableitung von  $f$  in  $(0,0)$  in eine allgemeine Richtung  $\vec{v} = (a,b)$  (mit  $\|\vec{v}\| = 1$ ).

**Beispiel 7.4.** Berechnen Sie den Gradienten und die Richtungsableitungen der Funktion

$$f(x,y,z) = x^2z^2 - y + yz^2 + \cos(xz + y^2) + xy$$

im Punkt  $\vec{a} = (1, -1, -1)$  in die Richtungen

$$\vec{v}_1 = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \\ -4 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{v}_2 = \frac{1}{11} \begin{pmatrix} -9 \\ -2 \\ 6 \end{pmatrix}.$$