

Mathematik B (ET) Sommersemester 2021

8. Konversatorium 03.05.2021

Beispiel 8.1. Berechnen Sie die partiellen Ableitungen der Funktion $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y, z) = \frac{2x^3 - x \cos(y)}{1 + 3z^4}$$

und untersuchen Sie diese auf Stetigkeit. Ist f auf ganz \mathbb{R}^3 total differenzierbar?

Beispiel 8.2. Zeigen Sie, dass die Funktion $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{für } (x, y) = (0, 0), \\ (x^2 + y^2) \sin\left(\frac{1}{x^2 + y^2}\right) & \text{sonst} \end{cases}$$

in $(0, 0)$ total differenzierbar ist.

Beispiel 8.3. Bestimmen Sie die Ebenengleichung der Tangentialebene der Fläche

$$z = f(x, y) := e^x(1 + \ln y)$$

in einem allgemeinen Punkt $(x_0, y_0, f(x_0, y_0))$. Für welche x_0, y_0 ist die Tangentialebene parallel zur Ebene $\mathcal{E}_1: y = z$?

Beispiel 8.4. Für eine stetig differenzierbare Funktion $f(x, y, z)$ betrachten wir die dazugehörige Funktion

$$F(r, \varphi, z) := f(r \cos(\varphi), r \sin(\varphi), z)$$

in zylindrischen Koordinaten. Berechnen Sie mit Hilfe der Kettenregel die partiellen Ableitungen F_r , F_φ und F_z von F in Abhängigkeit von f_x , f_y und f_z .

Beispiel 8.5. Berechnen Sie alle stationären Punkte der folgenden Funktionen und bestimmen Sie deren Typ (lokales Maximum, lokales Minimum oder Sattelpunkt).

(a) $f(x, y) = x^2(4 - x^2 - y^2)$;

(b) $g(x, y) = 3x^2 + xy^3 + 4y^2 + 1$;

(c) $h(x, y) = 1 - (x^2 + y^2)^{\frac{2}{3}}$.