

Mathematik B (ET) Sommersemester 2021

9. Konversatorium 10.05.2021

Beispiel 9.1. Ermitteln Sie alle globalen Maxima und Minima (den größten und der kleinsten Werte) von

$$f(x, y, z) = x + 3y - 2z$$

unter den Nebenbedingungen $x^2 + y^2 = 8$ und $x + z = 5$ mit Hilfe der Lagrange Methode.

Beispiel 9.2. Welches Rechteck hat bei gegebenem Umfang $U = 20$ cm die größte Fläche F .

Beispiel 9.3. Bestimmen Sie alle globalen Maxima und Minima den Funktionen

(a)

$$f(x, y) = x^2 y$$

(b)

$$g(x, y) = x^2 - y^2$$

auf der Menge $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$.

Beispiel 9.4. Finden Sie den größten und der kleinsten Werte der Funktion

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$$

auf der Menge $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0, y \leq 0, x + y \geq -3\}$.

Beispiel 9.5. Berechnen Sie die Divergenz und Rotation folgender Vektorfelder. Welche der Felder sind quellen- bzw. wirbelfrei?

$$\vec{V}(x, y, z) = \begin{pmatrix} yz \\ xz \\ xy - 4y \end{pmatrix}; \vec{U}(x, y, z) = \begin{pmatrix} yz + 2x^2 \\ xz - 4z \\ xy - 4y - 2z^2 \end{pmatrix}; \vec{W}(x, y, z) = \begin{pmatrix} yz - 3x^2 \\ xz + 9z \\ xy - 4y + 3z^2 \end{pmatrix}.$$

Beispiel 9.6. Beweisen Sie die folgende Rechnerregel in \mathbb{R}^3

$$\operatorname{div}(f \cdot \vec{V}) = \langle \operatorname{grad} f, \vec{V} \rangle + f \cdot \operatorname{div} \vec{V}.$$