

Mathematik B (ET) Sommersemester 2021

1. Übungsblatt (11.03.2021)

Beispiel 1.1. Berechnen Sie die Grenzwerte

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin(x)}{e^{(x^2)} - \cos(x)}$, (2 Pkt.)

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cosh(2x) - x \sinh(2x) - 1}{e^x - 1 + \ln(1 - x)}$, (3 Pkt.)

indem Sie in Zähler und Nenner jeweils die ersten Summanden der Taylorreihen bestimmen.

Beispiel 1.2. Bestimmen Sie die Konvergenzbereiche (d.h. die Menge aller $x \in \mathbb{R}$, für welche die jeweilige Reihe konvergiert) der Potenzreihen

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 2^n}$, und $\sum_{n=1}^{\infty} x^n$ (2 Pkt.)

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^{2n}}{n^2}$ und $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)x^n}$. (3 Pkt.)

Beispiel 1.3. Berechnen Sie Ober- und Untersummen

(a) von $f: [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \cos(x)$ bezüglich der Zerlegung $Z = \{0, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}, \pi\}$; (2 Pkt.)

(b) von $g: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x^2 + 2$ bezüglich der äquidistanten Zerlegung $Z_n = \{x_0, \dots, x_n\}$ von $[0, 1]$ für allgemeines n . Wie sind die Grenzwerte $\lim_{n \rightarrow \infty} U(Z_n, g)$ und $\lim_{n \rightarrow \infty} O(Z_n, g)$ der Ober- und Untersummen? (3 Pkt.)

Beispiel 1.4. Skizzieren f und berechnen Sie $\int_1^9 f(x)dx$ und $\int_1^9 |f(x)|dx$, wo (3 Pkt.)

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{für } 1 \leq x \leq 2 \\ 2, & \text{für } 2 < x \leq 4 \\ -1, & \text{für } 4 < x \leq 5 \\ 1, & \text{für } 5 < x \leq 7 \\ x - 7, & \text{für } 7 < x \leq 8 \\ -x + 9, & \text{für } 8 < x \leq 9. \end{cases}$$

Warum ist f integrierbar?

Beispiel 1.5. Berechnen Sie die folgende bestimmte Integrale (3 Pkt.)

$$\int_1^4 \frac{1 + \sqrt{y}}{y^2} dy, \int_1^2 (x^2 - 2x + 3) dx, \int_2^6 \sqrt{x-2} dx.$$