

Mathematik B (ET) Sommersemester 2021

6. Übungsblatt (29.4.2021)

Beispiel 6.1. Untersuchen Sie, an welchen Stellen die Funktionen

(3 Pkt.)

$$f(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{für } (x, y) = (0, 0), \\ \frac{y^3 \sin(x) + y}{x^2 + 2y^2} & \text{sonst,} \end{cases}$$
$$g(x, y) = \begin{cases} (x + y) \ln |x + y| & \text{für } x + y \neq 0, \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

stetig sind.

Beispiel 6.2. Untersuchen Sie, ob die Grenzwerte $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$ existieren und geben Sie gegebenenfalls seinen Werte an.

(a)

(2 Pkt.)

$$f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$$

(b)

(2 Pkt.)

$$f(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1} - 1}$$

(c)

(2 Pkt.)

$$f(x, y) = \frac{x^3 y + x y^3}{x^4 + y^4}$$

Beispiel 6.3. Bestimmen Sie die partiellen Ableitung von f , $\text{grad } f(x, y)$ sowie $\text{grad } f(1, 1)$ von

(3 Pkt.)

$$f(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{für } (x, y) = (0, 0), \\ \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} & \text{sonst} \end{cases}$$

Hinweis: nicht vergessen die partiellen Ableitung und der Gradient im Punkt $(0, 0)$ berechnen!

Beispiel 6.4. Berechnen Sie die Richtungsableitung der Funktion

(2 Pkt.)

$$f(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{für } (x, y) = (0, 0), \\ \frac{x^4 y}{2x^4 + y^4} & \text{sonst} \end{cases}$$

im Punkt $(0, 0)$ in eine allgemeine Richtung $\vec{v} = (a, b)$ mit $\|\vec{v}\| = 1$.

Beispiel 6.5. Berechnen Sie die Richtungsableitung der Funktion

(2 Pkt.)

$$f(x, y, z) = xy + yz + zx$$

im Punkt $(2, 1, 3)$ in Richtung $\vec{v} = \frac{(3, 4, 12)}{\|(3, 4, 12)\|}$.

Beispiel 6.6. Zeigen Sie, dass die Funktion

(2 Pkt.)

$$f(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{für } (x, y) = (0, 0), \\ \frac{x^3y+xy^3}{x^4+y^4} & \text{sonst} \end{cases}$$

in $(0, 0)$ zwar partiell differenzierbar ist, die Richtungsableitung in Richtung $\frac{1}{\sqrt{2}}(1, 1)$ aber nicht existiert. Ist f in $(0, 0)$ total differenzierbar?