Mathematik B (ET) Sommersemester 2021

7. Übungsblatt (06.05.2021)

Beispiel 7.1. Berechnen Sie die partiellen Ableitungen der Funktion $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ mit **(3 Pkt.)**

$$f(x,y,z) = \frac{2z^3 - xy}{1 + 5y^2 + e^z}$$

und untersuchen Sie diese auf Stetigkeit. Ist f auf ganz $\mathbb{R}^3$ total differenzierbar?

Beispiel 7.2. Zeigen Sie, dass die Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit **(2 Pkt.)**

$$f(x,y) = \begin{cases} 0 & \text{für } (x,y) = (0,0), \\ \dfrac{x^2y^2}{x^2+y^2} & \text{sonst} \end{cases}$$

in $(0,0)$ total differenzierbar ist.

Beispiel 7.3. Bestimmen Sie die Ebenengleichung der Tangentialebene der Fläche **(2 Pkt.)**

$$z = f(x,y) := x^2 + 2xy - 4y^2$$

in einem allgemeinen Punkt $\big(x_0, y_0, f(x_0,y_0)\big)$. Für welche x_0, y_0 ist die Tangentialebene parallel zur Ebene $\mathcal{E}_1\colon x - 4y - 2z = 0$?

Beispiel 7.4. Für eine stetig differenzierbare Funktion $f(x,y,z)$ betrachten wir die dazugehörige Funktion **(2 Pkt.)**

$$F(r,\varphi,\theta) := f\big(r\cos(\varphi)\sin(\theta), r\sin(\varphi)\sin(\theta), r\cos(\theta)\big)$$

in Kugelkoordinaten. Berechnen Sie mit Hilfe der Kettenregel die partiellen Ableitungen F_r, F_φ und F_θ von F in Abhängigkeit von f_x, f_y und f_z.

Beispiel 7.5. Berechnen Sie alle stationären Punkte der folgenden Funktionen und bestimmen Sie deren Typ (lokales Maximum, lokales Minimum oder Sattelpunkt).

(a) $f(x,y) = (x+y+1)e^y - e^x$; **(2 Pkt.)**

(b) $g_1(x,y) = (x-1)^2 - 2y^2$ und $g_2(x,y) = (x-1)^2 + 2y^2$; **(2 Pkt.)**

(c) $h(x,y) = x^2y(4-x-y)$; **(3 Pkt.)**

(d) $p(x,y) = (x^2+y^2)e^{-x^2-y^2}$. **(3 Pkt.)**