

# Mathematik B (ET) Sommersemester 2021

## 8. Übungsblatt (20.5.2021)

**Beispiel 8.1.** Ermitteln Sie alle globalen Maxima und Minima von

(2 Pkt.)

$$f(x, y, z) = x + y - z$$

unter den Nebenbedingungen  $x^2 + 3y^2 = 1$  und  $4x - 3z = 0$  mit Hilfe der Lagrange Methode.

**Beispiel 8.2.** Bestimmen Sie mittels Lagrange Methode unter allen Zylindern mit gleicher Oberfläche jenen mit größtem Volumen.

(2 Pkt.)

**Beispiel 8.3.** Beweisen Sie die Ungleichung

(3 Pkt.)

$$\frac{x + y + z}{3} \geq \sqrt[3]{xyz},$$

$x, y, z \geq 0$ .

Hinweis: Finden Sie das Maximum der Funktion  $f(x, y, z) = xyz$  unter der Nebenbedingung  $x + y + z = S$ .

**Beispiel 8.4.** Bestimmen Sie alle globalen Maxima und Minima der Funktion

(3 Pkt.)

$$f(x, y) = x^2 + \left(y + \frac{5}{3}\right)^2$$

auf der Menge  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 4x^2 + 9y^2 \leq 36\}$ .

**Beispiel 8.5.** Finden Sie den größten und der kleinsten Werte der Funktion

(3 Pkt.)

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$$

auf der Menge  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 2\}$ .

**Beispiel 8.6.** Berechnen Sie die Divergenz und Rotation folgender Vektorfelder. Welche der Felder sind quellen- bzw. wirbelfrei?

(a)

(2 Pkt.)

$$\vec{V}(x, y, z) = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix};$$

(b)

(2 Pkt.)

$$\vec{U}(x, y, z) = \begin{pmatrix} x \\ x \\ -z \end{pmatrix}.$$

(c)

(3 Pkt.)

$$\vec{W}(x, y, z) = \begin{pmatrix} 2xy + 2xz^2 + 3x^2 \\ x^2 + 2y + z^2 \\ 2yz + 2x^2z + 1 \end{pmatrix}.$$

**Beispiel 8.7.** Beweisen Sie die folgende Rechenregel in  $\mathbb{R}^3$

(2 Pkt.)

$$\operatorname{rot}(f \cdot \vec{V}) = \operatorname{grad} f \times \vec{V} + f \cdot \operatorname{rot} \vec{V}.$$