

Mathematik B (ET) Sommersemester 2021

9. Übungsblatt (27.5.2021)

Hinweis: Überlegen Sie sich bei Mehrfachintegralen gut, welche Integrationsreihenfolge Sie verwenden wollen.

Beispiel 9.1. Integrieren Sie die Funktion

(2 Pkt.)

$$f(x, y) = y^2 \cos(x)e^{-y^3} - x^2 \sinh(y)$$

über das Rechteck $Q = [0, 2\pi] \times [-1, 1]$.

Beispiel 9.2. Integrieren Sie die Funktion $f(x, y) = 8xy$ über den Bereich B , der durch $y \geq x^2$, $y \leq 8 - x^2$ und $y \leq x + 6$ definiert ist.

(3 Pkt.)

Beispiel 9.3. Bestimmen Sie mit Hilfe der Variablentransformation

(3 Pkt.)

$$u = x + y, \quad v = x - y$$

den Wert des Integrals $\iint_B (x + y)e^{x^2 - y^2} dx dy$, wobei B das Quadrat mit dem Eckpunkten $(1, 0)$, $(2, 1)$, $(1, 2)$ und $(0, 1)$ ist

Beispiel 9.4. Verwenden Sie Polarkoordinaten, um das Integral

(2 Pkt.)

$$\iint_B \frac{4xy}{x^2 + y^2} dx dy$$

zu berechnen, wobei

$$B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4 \wedge x \geq 0 \wedge y \geq 0\}.$$

Beispiel 9.5. Berechnen Sie

(2 Pkt.)

$$\int \int \int_V (2x + y + z) d(x, y, z),$$

wobei V der von der Koordinatenebenen und der Ebene $x + y + z = 1$ begrenzte Körper ist.

Beispiel 9.6. Berechnen Sie durch die Zylinder $x^2 + y^2 = A^2$ und $x^2 + z^2 = A^2$ eingeschlossene Volumen.

(3 Pkt.)

Beispiel 9.7. Ermitteln Sie die Jacobideterminante der Variablentransformation

(3 Pkt.)

$$x = r \cos(\varphi), \quad y = r \sin(\varphi), \quad z = z$$

in Zylinderkoordinaten und verwenden Sie diese, um das Integral der Funktion $f(x, y, z) = \frac{4z}{1+x^2+y^2}$ über den Bereich

$$B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq z \leq 3 \wedge x^2 + y^2 \leq z\}$$

zu berechnen.