

Konversatorium Mathematik B (ET)

Sommersemester 2022

14. Übungsblatt (27.06.2022)

Übung 14.1. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des homogenen Systems

$$\vec{y}'(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -4 & 1 & 0 \\ 3 & 6 & 2 \end{pmatrix} \vec{y}(x).$$

und lösen Sie das Anfangswertproblem $\vec{y}(0) = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -30 \end{pmatrix}$.

$$\text{Antwort: } \vec{y}(x) = c_1 e^x \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -6 \end{pmatrix} + c_2 e^x \left(x \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -6 \end{pmatrix} + \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} \right) + c_3 e^{2x} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$\text{AWP: } \vec{y}(x) = e^x \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -33 \end{pmatrix} + x e^x \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -24 \end{pmatrix} + e^{2x} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Übung 14.2. Ermitteln Sie die allgemeine Lösungen des Systems

$$\vec{y}'(x) = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \vec{y}(x) + \begin{pmatrix} \sin(2x) \\ \cos(2x) \end{pmatrix}.$$

$$\text{Antwort: } \vec{y}(x) = c_1 e^{-x} \begin{pmatrix} \sin(2x) \\ \cos(2x) \end{pmatrix} + c_2 e^{-x} \begin{pmatrix} -\cos(2x) \\ \sin(2x) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sin(2x) \\ \cos(2x) \end{pmatrix}$$

Übung 14.3. Ermitteln Sie die allgemeine Lösungen des Systems

$$\vec{y}'(x) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \vec{y}(x) + \frac{e^{5x}}{x} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad x > 0.$$

$$\text{Antwort: } \vec{y}(x) = c_1 e^{-x} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} + c_2 e^{5x} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + e^{5x} \ln(x) \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$