

Konversatorium Mathematik B (ET)

Sommersemester 2022

4. Übungsblatt (28.03.2022)

Übung 4.1. (a) Berechnen Sie die Näherungen des Integrals

$$\int_1^3 \frac{1}{x} dx.$$

durch

- (i) Trapezregel, Simpsonregel, $\frac{3}{8}$ -Regel und Milne-Regel;
 - (ii) Zerlegung von $[1, 3]$ in vier gleichlange Intervalle, dort jeweils Simpsonregel.
- (b) Berechnen Sie die Differenz zwischen Ihrer Näherung aus (a) und dem exakten Wert des Integrals. Vergleichen Sie diese Differenz mit der Fehlerschranke aus der Fehlerformel.

Übung 4.2. Wir definieren die Funktion f durch

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(\operatorname{sgn}(x) \cdot \pi - x) & \text{für } x \neq 0, \\ 0 & \text{für } x = 0. \end{cases}$$

auf $[0, 2\pi)$ und setzen die Funktion 2π -periodisch auf ganz \mathbb{R} fort. Dabei ist $\operatorname{sgn}(x)$ die Vorzeichenfunktion, definiert als

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} -1 & \text{für } x < 0, \\ 0 & \text{für } x = 0, \\ 1 & \text{für } x > 0. \end{cases}$$

- (a) Skizzieren Sie den Funktionsgraphen.
- (b) Entwickeln Sie $f(x)$ als Fourierreihe.
- (c) An welchen Stellen x konvergiert die Fourierreihe punktweise gegen die Funktion? Ist die Konvergenz sogar gleichmäßig?