

# Konversatorium Mathematik B (ET)

## Sommersemester 2022

### 5. Übungsblatt (04.04.2022)

---

**Übung 5.1.** Überprüfen Sie die folgenden Integrale auf Konvergenz.

(a)  $\int_0^{\infty} \sin x \, dx$  und  $\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} \, dx$  .

(b)  $\int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{|x^2 - 5x + 6|}} \, dx$  .

**Übung 5.2.** Untersuchen Sie die folgenden uneigentlichen Integrale auf Konvergenz und bestimmen Sie, falls sie konvergieren, ihren Wert.

(a)  $\int_0^1 \ln(x) \, dx$  .

(b)  $\int_2^{\infty} \frac{5x + 5}{x^3 + x^2 - 2} \, dx$  und  $\int_2^{\infty} \frac{x^2 + 7x + 7}{x^3 + x^2 - 2} \, dx$  .

**Übung 5.3.** Man betrachte für die Funktion  $f(x) = \frac{1}{x}$  die Integrale

$$V = \pi \int_1^{\infty} (f(x))^2 \, dx, \quad F = 2\pi \int_1^{\infty} f(x) \sqrt{1 + (f'(x))^2} \, dx.$$

Berechnen Sie die Werte von  $V$  und  $F$ , falls sie konvergieren, anderenfalls zeigen Sie deren Divergenz.

*Bemerkung:* Lässt man den Graph von  $f$  für  $x \geq 1$  um die  $x$ -Achse rotieren, dann ist  $V$  das eingeschlossene Volumen und  $F$  der Oberflächeninhalt.

**Übung 5.4.** Zeigen Sie mit Hilfe des Cauchyschen Integralkriteriums, dass die Reihe

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln(n))^\alpha}$$

für  $0 < \alpha \leq 1$  divergiert und für  $1 < \alpha$  konvergiert.