

Konversatorium Mathematik B (ET)

Sommersemester 2022

7. Übungsblatt (02.05.2022)

Übung 7.1. Gegeben ist die Funktion

$$f(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{für } (x, y) = (0, 0), \\ \frac{3xy^2 + x^4}{x^2 + 2y^4} & \text{sonst.} \end{cases}$$

- (a) Berechnen Sie $\nabla f(x, y)$, den Gradienten von f in einem allgemeinen Punkt $(x, y) \neq (0, 0)$.
- (b) Ist f in $(0, 0)$ partiell differenzierbar? Falls ja, geben Sie die partiellen Ableitungen an.
- (c) Bestimmen Sie die Richtungsableitung von f in $(0, 0)$ in eine allgemeine Richtung \vec{v} (mit $\|\vec{v}\| = 1$).
- (d) Ist f in $(0, 0)$ total differenzierbar?

Übung 7.2. Berechnen Sie die partiellen Ableitungen der Funktion $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y, z) = \frac{2x^3 - x \cos(y)}{1 + 3z^4}$$

und untersuchen Sie diese auf Stetigkeit. Ist f auf ganz \mathbb{R}^3 total differenzierbar?

Übung 7.3. Stellen Sie die Laplace-Gleichung

$$z_{xx} + z_{yy} = 0$$

in Polarkoordinaten dar.

Übung 7.4. Bestimmen Sie die Gleichung der Tangentialebene der Fläche

$$z = f(x, y) = e^x(1 + \ln(y))$$

in einem allgemeinen Punkt $(x_0, y_0, f(x_0, y_0))$. Für welche (x_0, y_0) ist die Tangentialebene parallel zur Ebene $z = y$?