Konversatorium Mathematik B (ET)
Sommersemester 2022

9. Übungsblatt (16.05.2022)

Übung 9.1. Sei $g = g(x, y, z)$ eine skalare Funktion und sei $\vec{F}(x, y, z) = (f_1(x, y, z), f_2(x, y, z), f_3(x, y, z))$ ein Vektorfeld. Beweisen Sie, dass

$$\langle \nabla, g\vec{F} \rangle = \langle \nabla g, \vec{F} \rangle + g(\langle \nabla, \vec{F} \rangle).$$

Übung 9.2. Seien $f \colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ und $\vec{F} \colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ mit stetigen Partiellen Ableitungen. Beweisen Sie, dass

(a) $\nabla \times (\nabla f) = \vec{0}$, die Rotation des Gradienten von f ist der Nullvektor.

(b) $\langle \nabla, \nabla \times \vec{F} \rangle = 0$, die Divergenz der Rotation von $\vec{F}$ ist gleich null.

Übung 9.3. Integrieren Sie die Funktion

$$f(x, y) = y^2 \cos(x) e^{-y^3} - x^2 \sinh(y)$$

über das Rechteck $Q = [0, 2\pi] \times [-1, 1]$.

Übung 9.4. Die Dichte ρ des Bereichs in der Ebene, der durch $y = x^2$, $x = 2$ und $y = 1$ begrenzt wird, ist durch die Formel $\rho(x, y) = x^2 + y^2$ gegeben. Bestimmen Sie die Masse der Region.