

Mathematik B (ET) Sommersemester 2022

1. Übungsblatt (10.03.2022)

Beispiel 1.1. Berechnen Sie den Grenzwert

(2 Pkt.)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos(x) - x + \frac{1}{2}x^3}{\sin(x) \cos(2x) - x + \frac{13}{6}x^3},$$

indem Sie in Zähler und Nenner jeweils die ersten Summanden der Taylorreihen bestimmen.

Beispiel 1.2. Ermitteln Sie die folgenden Integrale.

(a) $\int \sin(4-x)e^{x-4} dx$ und $\int x^2 e^{\sin(x^3)} \cos(x^3) dx$ (2 Pkt.)

(b) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-4}} dx, |x| > 2$ und $\int \frac{\cot(\ln x)}{x} dx$ (2 Pkt.)

Beispiel 1.3. Bestimmen Sie das Integral

(2 Pkt.)

$$\int x^n \ln x dx$$

(i) für $n \neq -1$; (ii) für $n = -1$.

Beispiel 1.4. Bestimmen Sie das Integral

(3 Pkt.)

$$\int \operatorname{arcoth}(x) dx, \quad |x| > 1$$

auf zwei Arten: einmal durch partielle Integration und einmal unter Verwendung von $\operatorname{arcoth}(x) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{x+1}{x-1} \right)$ und $\int \ln(x) dx = x \ln(x) - x + C$. Vergleichen Sie die beiden Ergebnisse.

Beispiel 1.5.

(3 Pkt.)

(a) Finden Sie durch partielle Integration eine Rekursionsformel für das Integral $I_n := \int (\cosh(x))^n dx = \int \cosh(x) \cdot (\cosh(x))^{n-1} dx, n \geq 2$. Hinweis: $\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$.

(b) Verwenden Sie die Formel von (a), um das Integral $\int (\cosh(x))^5 dx$ zu bestimmen.