

Mathematik B (ET) Sommersemester 2022

12. Übungsblatt (23.06.2022)

Beispiel 12.1. Stellen Sie fest ob die Differentialgleichung

(3 Pkt.)

$$e^x + \left(e^x \cot y + \frac{2y}{\sin y} \right) y' = 0$$

exakt ist. Falls ja, lösen Sie sie. Ansonsten bestimmen Sie zunächst einen integrierenden Faktor und lösen danach die erhaltene exakte Differentialgleichung.

Antwort: $e^x \sin y + y^2 = c$

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichungen.

Beispiel 12.2.

(3 Pkt.)

$$y'' + 2y' = 16 \sinh(2x) + 12x^2 + 42.$$

Hinweis: Ansatzmethode.

Antwort: $y(x) = c_1 e^{-2x} + c_2 + e^{2x} + 4x e^{-2x} + 2x^3 - 3x^2 + 24x$

Beispiel 12.3.

(3 Pkt.)

$$y'' + 9y = 18 \cos(3x) + 42 \sin(-3x).$$

Hinweise: $\sin(-x) = -\sin(x)$; Ansatzmethode.

Antwort: $y(x) = c_1 \sin(3x) + c_2 \cos(3x) + 3x \sin(3x) + 7x \cos(3x)$

Beispiel 12.4.

(3 Pkt.)

$$y''' - 4y'' + 4y' = e^{2x} + 4 \sin(x) + 3 \cos(x).$$

Hinweis: Ansatzmethode.

Antwort: $y(x) = (c_1 + c_2 x) e^{2x} + c_3 + \frac{1}{4} x^2 e^{2x} + \sin(x)$

Beispiel 12.5.

(3 Pkt.)

$$y'' + 4y' + 4y = \frac{1}{x e^{2x}}, \quad x > 0.$$

Hinweis: Variation der Konstanten.

Antwort: $y(x) = (c_1 + c_2 x) e^{-2x} + \ln(x) x e^{-2x}$

Beispiel 12.6.

(3 Pkt.)

$$y'' - 2y' - 3y = \frac{12e^{4x}}{1 + e^{2x}}.$$

Hinweis: Variation der Konstanten.

Antwort: $y(x) = c_1 e^{-x} + c_2 e^{3x} - e^{2x} - 3e^{-x} \arctan(e^x) + 3e^{3x} \arctan(e^x) + 3$