

Mathematik B (ET) Sommersemester 2022

2. Übungsblatt (17.03.2022)

Beispiel 2.1. Bestimmen Sie die folgenden Integrale

(a) $\int \frac{x \arcsin(x^2)}{\sqrt{1-x^4}} dx$ (2 Pkt.)

(b) $\int \frac{x}{\sqrt{x^2+x+1}} dx$ (2 Pkt.)

Beispiel 2.2. Berechnen Sie das Integral (3 Pkt.)

$$\int \frac{x}{1-x^3} dx$$

mit Hilfe einer Partialbruchzerlegung.

Beispiel 2.3. Berechnen Sie das Integral (2 Pkt.)

$$\int \frac{1}{1 + \sin(x) - \cos(x)} dx$$

mit Hilfe der Substitution $u = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$.

Beispiel 2.4. Berechnen Sie Ober- und Untersummen von $\cos(x): [0, \frac{3}{2}\pi] \rightarrow \mathbb{R}$ (2 Pkt.)
bezüglich der Zerlegung $Z = \{0, \frac{1}{4}\pi, \frac{1}{3}\pi, \frac{5}{6}\pi, \pi, \frac{3}{2}\pi\}$.

Beispiel 2.5. Gegeben ist die Funktion (2 Pkt.)

$$f(x) = \left\lceil x + \frac{1}{2} \right\rceil,$$

wobei $\lceil x \rceil = \min\{n \in \mathbb{Z} \mid n \geq x\}$. Zeigen Sie, dass f auf jedem abgeschlossenen Intervall $[a, b]$ integrierbar ist und berechnen Sie das Integral

$$\int_{-2}^2 f(x) dx.$$

Beispiel 2.6. Berechnen Sie das Integral (2 Pkt.)

$$\int_{-\pi}^{2\pi} |\sin(x)| dx$$

und vergleichen Sie das Ergebnis mit

$$\left| \int_{-\pi}^{2\pi} \sin(x) dx \right|.$$