

Mathematik B (ET) Sommersemester 2022

5. Übungsblatt (07.04.2022)

Beispiel 5.1. Überprüfen Sie die folgenden Integrale mit Hilfe des Vergleichskriteriums auf Konvergenz.

(a) $\int_0^{\infty} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{|x^7 - x|}} dx$ und $\int_{-\infty}^0 \frac{e^x}{\sqrt{|x|}} dx$ Hinweis: Subst. $y = -x$. (3 Pkt.)

(b) $\int_0^{\pi} \frac{\sin x}{x^3} dx$ und $\int_{-1}^1 \frac{2\arcsin(x)}{1-x} dx$. (3 Pkt.)

Beispiel 5.2. Berechnen Sie die folgenden Integrale, falls sie konvergent sind. Zeigen Sie anderenfalls deren Divergenz.

(a) $\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$, $\int_0^1 \frac{1}{x\sqrt{1-x^3}} dx$ und $\int_{-\infty}^{\infty} xe^{-x^2} dx$. (3 Pkt.)

(b) $\int_0^{\infty} \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^2} dx$ und $\int_1^{\infty} \frac{\ln x}{x^2} dx$. (3 Pkt.)

(c) $\int_{-\infty}^{-3} \frac{1}{x^2 + x - 2} dx$ und $\int_{-3}^0 \frac{1}{x^2 + x - 2} dx$. (3 Pkt.)

Beispiel 5.3. Welche Bedingung im Cauchyschen Integralkriterium ist für die Reihe (3 Pkt.)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 - 1}{e^n}$$

nicht erfüllt? Wie kann man dennoch die Konvergenz dieser Reihe mit Hilfe des Cauchyschen Integralkriteriums zeigen?