Mathematik B (ET) Sommersemester 2022

8. Übungsblatt (12.05.2022)

Beispiel 8.1. Berechnen Sie alle stationären Punkte der folgenden Funktionen und bestimmen Sie deren Typ (lokales Maximum, lokales Minimum oder Sattelpunkt).

(a) $f(x, y) = (x^2 - 2y^2)e^{x-y}$; **(3 Pkt.)**

(b) $g(x, y) = (xy)^2 + x^4 - 4x^2$. **(3 Pkt.)**

Beispiel 8.2. Bestimmen Sie alle lokalen und globalen Maxima und Minima der Funktion $h(x, y) = 9x^2 + 25y^2$ unter der Nebenbedingung $x^2 + y^2 = 4$ **(5 Pkt.)**

(a) indem Sie die Nebenbedingung nach einer Variablen auflösen und in f einsetzen;

(b) durch Parametrisieren der durch die Nebenbedingung beschriebenen Kurve;

(c) mit Hilfe der Lagrange Methode.

Beispiel 8.3. Bestimmen Sie alle Extremstellen und deren Typ (Maximum oder Minimum, global oder nur lokal) von $f(x, y)$ auf der Menge D:

(a) $f(x, y) = xy^2 - x + 2, \quad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 - y^2 \geq 1\}$; **(3 Pkt.)**

(b) $f(x, y) = xy^2 - 9x, \quad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 16\}$. **(3 Pkt.)**
Hinweis: Um nachzuweisen, dass ein gefundener Kandidat (a, b) am ∂D (Rand von D) für eine lokale Extremstelle tatsächlich ein lokales Maximum/Minimum ist, finden Sie für eine innere Punkt (x, y) in der Nähe von (a, b) zunächst einen Punkt $(x, \tilde{y})$ auf dem Rand von D und zeigen Sie, dass $f(x, y) \geq f(x, \tilde{y}) \geq f(a, b)$ oder $f(x, y) \leq f(x, \tilde{y}) \leq f(a, b)$.

Beispiel 8.4. Ermitteln Sie alle lokalen und globalen Maxima und Minima von **(3 Pkt.)**

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$$

unter den Nebenbedingungen

$$z^2 = x^2 + y^2 \quad \text{und} \quad x - 2z = 3$$

mit Hilfe der Methode der Lagrange-Multiplikatoren.
Geben Sie eine Geometrische Bedeutung Ihrer Lösung an.
Hinweis: Der durch die Nebenbedingungen definierte Bereich ist kompakt (man muss es nicht beweisen).