Name: **Matrikelnr.:**

Mathematik B Vorlesungsprüfung (Beispiel)

Aufgabe:	1	2	3	4	5	
Punkte:	7	10	8	7	8	
Abgegebene Blätter:	□	□	□	□	□	
						= *Punkte*

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!
Verwenden Sie für jede Aufgabe ein eigenes Blatt und notieren Sie auf jedem Blatt Ihren Namen, Matrikelnummer und Aufgabennummer!

1. Untersuchen Sie das uneigentliche Integral *(7 Punkte)*

$$\int_0^\infty \frac{2}{x\,(4+(\ln x)^2)}dx$$

auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls seinen Wert.

2. Bestimmen Sie die absoluten Extrema von *(10 Punkte)*

$$f(x,y,z) = y^2 + 4z^2 - 4yz - 2xz - 2xy$$

unter der Nebenbedingung

$$2x^2 + 3y^2 + 6z^2 - 1 = 0$$

3. Berechnen Sie das Integral der Funktion *(8 Punkte)*

$$f(x,y) = x^3y^2z$$

über den Bereich

$$B = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \le x \le 1 \ \wedge\ 0 \le y \le x \ \wedge\ 0 \le z \le xy\}.$$

4. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung *(7 Punkte)*

$$y'' + 2y' + y = e^{2x}.$$

Bitte wenden!

5. (a) Geben Sie den Mittelwertsatz der Integralrechnung an. *(1 Punkt)*

   (b) Wie lautet die Formel für die Berechnung der Bogenlänge einer differenzierbaren Kurve $\vec{x}\colon [a,b] \to \mathbb{R}^n$? *(1 Punkt)*

   (c) Verwenden Sie das Cauchysche Integralkriterium, um zu zeigen, dass die Reihe $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3}$ konvergiert. *(2 Punkte)*

   (d) Entscheiden Sie, ob die folgende Behauptung wahr ist und begründen Sie Ihre Antwort! Ist $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ zweimal stetig differenzierbar und $\vec{x}_0 \in \mathbb{R}^2$ ein stationärer Punkt mit $H_f(\vec{x}_0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$, dann ist $\vec{x}_0$ ein lokales Minimum von f. *(2 Punkte)*

   (e) Definieren Sie die Jacobi-Determinante einer Substitution $x = x(u,v)$, $y = y(u,v)$ und berechnen Sie die Jacobi-Determinante für Substitution $x = u$, $y = u + v$. *(2 Punkte)*