Konversatorium Mathematik A (ET)
Sommersemester 2023

Schriftliche Lösungen dieser Beispiele können bis zum 26.06.2023 im Konversatorium abgeben werden. Bei mindestens 6 vollständig berechneten und abgegebenen Beispielen wird ein Zeugnis mit der Bewertung “mit Erfolg teilgenommen” ausgestellt.

Übung 1. Berechnen Sie das Integral

$$\int \frac{3x^3 - 2x - 2}{(1+x)x^3}\, \mathrm{d}x.$$

Übung 2. Untersuchen Sie das Integral

$$\int_0^\infty \frac{\mathrm{d}x}{xe^x + x^2}$$

auf Konvergenz.

Übung 3. Wir definieren die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ durch

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{falls } -2 \leq x \leq 0, \\ 2 & \text{falls } \quad 0 < x \leq 2. \end{cases}$$

auf $[-2, 2]$ und setzen die Funktion 2-periodisch auf ganz $\mathbb{R}$ fort.

(a) Skizzieren Sie den Funktionsgraphen.

(b) Entwickeln Sie $f(x)$ als Fourierreihe.

Übung 4. Untersuchen Sie, an welchen Stellen die Funktion

$$f(x,y) = \begin{cases} 0 & \text{für } (x,y) = (0,0), \\ x^4 \sin\left(\frac{1}{x^2+|y|}\right) & \text{sonst.} \end{cases}$$

stetig ist.
Hinweis: Sandwich

Übung 5. Bestimmen Sie die Ebenengleichung der Tangentialebene der Fläche

$$z = f(x,y) := x^2 + y^2$$

im Punkt $(1, 2, 5)$.

Übung 6. Ermitteln Sie alle lokalen und globalen Maxima und Minima von

$$f(x, y, z) = (x + z)e^y$$

unter der Nebenbedingung $x^2 + y^2 + z^2 = 6$.
Hinweis: Erinnerung: Bei einer Gleichung der Form $ax^4 + bx^2 + c = 0$ substituiere $u = x^2$.

Übung 7. Bestimmen Sie das Integral

$$\iint_B xy \, \mathrm{d}\vec{x},$$

wobei B der durch $y = x - 1$ und $y^2 = 2x + 6$ beschränkte Bereich ist.

Übung 8. Verwenden Sie Kugelkoordinaten, um das Volumen V des von den Flächen $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ und $z = \sqrt{8 - x^2 - y^2}$ begrenzten Körpers zu berechnen.

Übung 9. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y'' - 4y' + 13y = (10x - 2)e^x.$$

Übung 10. Ermitteln Sie diejenige Lösung des Systems

$$\vec{y}'(x) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \vec{y}(x) + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix},$$

welche die Bedingung

$$\vec{y}(0) = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

erfüllt.