

Konversatorium Mathematik B (ET)

Sommersemester 2023

3. Übungsblatt (20.03.2023)

Beispiel 3.1. Die Funktion f sei stückweise definiert durch

$$f(x) = \begin{cases} |\sin(x)| & \text{wenn } -\frac{3\pi}{2} \leq x < 0 \\ \frac{1}{e^x + e^{-x}} & \text{wenn } 0 \leq x \leq \ln(\tan(1)) \end{cases}$$

Berechnen Sie

$$\int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\ln(\tan(1))} f(x) dx.$$

Beispiel 3.2. Sei D der endliche Flächenbereich, der von der Geraden $y = x$ und der Kurve $y = \sqrt{x}$ begrenzt wird. (3 Pkt.)

- (a) Zeichnen Sie den Flächenbereich D .
- (b) Berechnen Sie den Flächeninhalt A von D mithilfe des folgenden Satzes. Satz: Seien $f(x), g(x)$ stetig im Intervall $[a, b]$ und $f(x) \geq g(x)$ für alle $x \in [a, b]$, dann ist $\int_a^b (f(x) - g(x)) dx$ der Flächeninhalt, der durch die Kurven $f(x)$ und $g(x)$ und die Geraden $x = a$ und $x = b$ begrenzt wird.

Beispiel 3.3. Zeigen Sie, dass sich die Bogenlänge einer Kurve durch beliebige Verschiebung entlang der y -Achse nicht ändert.

Beispiel 3.4. Berechnen Sie die Bogenlänge der Kurve

$$y(x) = \frac{1}{2} \left(x\sqrt{x^2 - 1} - \ln \left(\sqrt{x^2 - 1} + x \right) \right)$$

von $x = 1$ bis $x = 7$.

Beispiel 3.5. Berechnen Sie die Bogenlänge der Kurve

$$\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} 4\sqrt{t} \\ \ln(t) \\ 2t \end{pmatrix}.$$

im Zeitintervall $[1, 2]$.