

Konversatorium Mathematik B (ET)

Sommersemester 2023

4. Übungsblatt (27.03.2023)

Beispiel 4.1. Wir wollen die Bogenlänge L der Exponentialfunktion $f(x) = e^x$ von $x = 0$ bis $x = 1$ approximieren.

- (a) Berechnen Sie Näherungen von L mit Trapezregel, Simpsonregel und Milne-Regel. Wenden Sie dann die Trapezregel auf Teilintervalle von $[0, 1]$ an, wobei sie in 2, in 4 und in 6 gleichlange Teilintervalle zerlegen.

Beispiel 4.2. (a) Berechnen Sie die Näherung des Integrals

$$\int_0^1 e^x dx$$

durch die Milne-Regel.

- (b) Berechnen Sie die Differenz dieses Wertes mit dem exakten Wert des Integrals. Vergleichen Sie dann diesen Wert mit der Fehlerschranke der Milne-Formel.

Beispiel 4.3. Wir definieren die Funktion f durch

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } -\pi < x < 0, \\ x & \text{für } 0 < x < \pi. \end{cases}$$

auf $[-\pi, \pi]$ und setzen die Funktion 2π -periodisch auf ganz \mathbb{R} fort.

- (a) Skizzieren Sie den Funktionsgraphen im Intervall $-3\pi < x < 3\pi$.
- (b) Entwickeln Sie $f(x)$ als Fourierreihe.
- (c) Überprüfen Sie die Fourierreihe auf punktweise Konvergenz und bestimmen Sie in diesem Fall die Grenzfunktion f .