

# Konversatorium Mathematik B (ET)

## Sommersemester 2023

6. Übungsblatt (24.04.2023)

---

**Beispiel 6.1.** Berechnen Sie, falls existent, die Grenzwerte der folgenden Funktionen:

(a)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{|xy|}$$

(b)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2}{x^2 - y}$$

(c)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 - xy^2}{x^2 + y^2}$$

**Beispiel 6.2.** Untersuchen Sie, an welchen Stellen die folgenden Funktionen stetig ist.

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} & \text{für } x^2 \neq y^2, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

$$g(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2}{y} & \text{für } y \neq 0, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

$$h(x, y) = \begin{cases} \frac{2x^2y}{x^2+y^2} & \text{für } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

**Beispiel 6.3.** Wir bezeichnen mit  $q(x, y)$  die Funktion aus Beispiel 6.1(c). An welchen Stellen existieren die partiellen Ableitungen  $q_x, q_y$ ? Geben Sie die partiellen Ableitungen an, wann immer sie existieren. Geben Sie zusätzlich die Richtungsableitungen im Punkt  $(0, 0)$  in eine allgemeine Richtung  $\vec{v} = (a, b)$  mit  $\|\vec{v}\| = 1$  an.

**Beispiel 6.4.** Berechnen Sie den Gradienten und die Richtungsableitungen der Funktion

$$f(x, y, z) = 2\sqrt{zx} + y$$

im Punkt  $\vec{a} = (-8, 2, -2)$  in die Richtungen

$$\vec{v}_1 = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{v}_2 = \frac{1}{11} \begin{pmatrix} 6 \\ -9 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

In welche Richtungen ist die Richtungsableitung von  $f$  in  $\vec{a}$  maximal, minimal, bzw. Null?