

# Mathematik B (ET) Sommersemester 2023

## 2. Übungsblatt (16.03.2023)

---

Anmerkung: Im Skript sind auf Seite F-30 zwei Fehler. Es muss heissen:

$$I_k = \frac{y}{2(k-1)(y^2+1)^{k-1}} + \frac{2k-3}{2k-2} \cdot I_{k-1} \quad (k \geq 2),$$

das Vorzeichen ist also falsch im Skript. Weiterhin ist diese Formel korrekt:

$$\int \frac{dx}{(x^2 + \beta x + \gamma)^k} = \frac{1}{\alpha^{2k-1}} \cdot I_k,$$

es fehlt also der Exponent beim  $\alpha$  im Skript.

**Beispiel 2.1.** Wir definieren Integrale  $I_k$  durch

(2 Pkt.)

$$I_k = \int \frac{x^k}{1+x^2} dx.$$

Bestimmen Sie  $I_0, I_1, I_2$  und  $I_3$ .

**Beispiel 2.2.** Ermitteln Sie das Integral

(2 Pkt.)

$$\int \arcsin(\sqrt{x}) dx$$

vermöge der Substitution  $u = \arcsin(\sqrt{x})$ .

Hinweis: Zeigen Sie hierfür zunächst, dass  $\sin(2u) = 2\sqrt{x}\sqrt{1-x}$  gilt. Benutzen Sie hierfür ein Additionstheorem der Sinusfunktion und den trigonometrischen Pythagoras.

**Beispiel 2.3.** Ermitteln Sie die folgenden Integrale

(2 Pkt.)

(a)  $\int -\frac{2x \arccos(x^2)}{\sqrt{1-x^4}} dx.$

(b)  $\int \frac{1}{2\sqrt{1+x}\sqrt{1+\sqrt{1+x}}} dx.$

**Beispiel 2.4.** Ermitteln Sie die Integrale

(3 Pkt.)

(a)  $\int \frac{6x^2-3x}{(x-2)(x+4)} dx.$

Hinweis: Polynomdivision

(b)  $\int \frac{2x}{4x^2-16x+17} dx.$

**Beispiel 2.5.** Ermitteln Sie das Integral

(3 Pkt.)

$$\int \frac{5x+7}{(x^2+2x+7)^2} dx$$

**Beispiel 2.6.** Ermitteln Sie das Integral

(3 Pkt.)

$$\int \frac{2+7\sin^3(x)}{\cos^2(x)} dx.$$