

Konversatorium Mathematik B (ET)

Sommersemester 2024

4. Übungsblatt (15.04.2024)

Übung 4.1. Bestimmen Sie die Bogenlänge der Kurve

$$\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} 5(t - \sin(t)) \\ 5(1 - \cos(t)) \end{pmatrix}$$

im Zeitintervall $[0, 2\pi]$. Hierbei dürfen Sie das Additionstheorem $1 - \cos(x) = 2(\sin(x/2))^2$ benutzen.

Übung 4.2. (a) Berechnen Sie die Näherung des Integrals

$$\int_1^5 \sqrt{x} dx$$

durch die Trapez, Simpson und Milne-Regel.

- (b) Berechnen Sie die Differenz zwischen Ihrer Näherung aus (a) und dem exakten Wert des Integrals. Vergleichen Sie diese Differenz mit der Fehlerschranke, die sich aus der Fehlerformel nach der Milne-Regel ergibt. (Seite F-44 im Skript; $\frac{8}{945}h^7 f^{(6)}(\xi)$)

Übung 4.3. Wir definieren die Funktion f durch

$$f(x) = \begin{cases} \pi - x & \text{für } 0 < x < \pi, \\ 0 & \text{für } \pi < x < 2\pi. \end{cases}$$

auf $[0, 2\pi]$ und setzen die Funktion 2π -periodisch auf ganz $\mathbb{R}$ fort.

- (a) Skizzieren Sie den Funktionsgraphen im Intervall $-2\pi < x < 2\pi$.
- (b) Entwickeln Sie $f(x)$ als Fourierreihe.
- (c) Überprüfen Sie die Fourierreihe auf punktweise Konvergenz und bestimmen Sie in diesem Fall die Grenzfunktion f .