

Konversatorium Mathematik B (ET)

Sommersemester 2024

5. Übungsblatt (22.04.2024)

Übung 5.1. Überprüfen Sie die folgenden Integrale mithilfe des Vergleichskriteriums auf Konvergenz.

$$(a) \int_1^{\infty} 2^{-\ln(\ln(x))} dx$$

$$(b) \int_1^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{2 - e^{2x}} dx$$

$$(c) \int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{|x^4 - 1|}}$$

Übung 5.2. Untersuchen Sie, an welchen Stellen die folgenden Funktionen stetig sind. Hinweis: Polarkoordinaten können bei $g(x, y)$ helfen.

$$f(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{für } (x, y) = (0, 0), \\ \frac{xy+y^3}{x^2+y^2} & \text{sonst.} \end{cases}$$

$$g(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{für } (x, y) = (0, 0), \\ \cos(x^2 + y^2) & \text{sonst.} \end{cases}$$

Übung 5.3. Berechnen Sie die Richtungsableitungen der Funktion

$$f(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{für } (x, y) = (0, 0), \\ \frac{xy+y^3}{x^2+y^2} & \text{sonst} \end{cases}$$

im Punkt $(0, 0)$ in eine allgemeine Richtung $\vec{v} = (a, b)$ mit $\|\vec{v}\| = 1$. Für welche Richtungen existiert die Richtungsableitung im Nullpunkt nicht?

Übung 5.4. Berechnen Sie den Gradienten und die Richtungsableitung der Funktion

$$f(x, y) = \sin(xy)$$

im Punkt $\vec{a} = (2, \pi)$ in die Richtung

$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ \pi \end{pmatrix}.$$

In welche Richtungen ist die Richtungsableitung von f in \vec{a} maximal, minimal, bzw. Null?