

Konversatorium Mathematik B (ET)

Sommersemester 2024

Schriftliche Lösungen dieser Beispiele können bis zum 24.06.2024 im Konversatorium abgegeben werden. Bei mindestens 6 vollständig berechneten und abgegebenen Beispielen wird ein Zeugnis mit der Bewertung "mit Erfolg teilgenommen" ausgestellt.

Übung 1. Ermitteln Sie das unbestimmte Integral

$$\int \frac{x^k}{x^4 + 4x^2 + 4} dx$$

für $k = 0$ und für $k = 1$.

Übung 2. Untersuchen Sie das Integral

$$\int_0^1 \frac{dx}{(2-x)\sqrt{1-x}}$$

auf Konvergenz.

Übung 3. Wir definieren die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ durch

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{falls } -\pi \leq x \leq 0, \\ 2 & \text{falls } 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

auf $[-\pi, \pi]$ und setzen die Funktion 2π -periodisch auf ganz \mathbb{R} fort.

- Skizzieren Sie den Funktionsgraphen.
- Entwickeln Sie $f(x)$ als Fourierreihe.

Übung 4. Untersuchen Sie, an welchen Stellen die Funktion

$$f(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{für } (x, y) = (0, 0), \\ \frac{x^3 y (x^2 - y^2)}{x^4 + y^4} & \text{sonst} \end{cases}$$

stetig ist.

Berechnen Sie anschließend $f_x, f_y, f_{xx}, f_{yy}, f_{xy}, f_{yx}$, in $(0, 0)$.

Übung 5. Bestimmen Sie die Ebenengleichung der Tangentialebene an die Fläche

$$z = f(x, y) := 2x^3 - 3y^2 + x \ln(x)$$

im Punkt $(1, 1, -1)$.

Übung 6. Ermitteln Sie alle lokalen und globalen Maxima und Minima von

$$f(x, y, z) = (x + z)e^y$$

unter der Nebenbedingung $x^2 + y^2 + z^2 = 6$.

Hinweis: Erinnerung: Bei einer Gleichung der Form $ax^4 + bx^2 + c = 0$ substituieren Sie $u = x^2$.

Übung 7. Berechnen Sie den Wert des Integrals

$$\iint_B (x + 1)(y - 1)^2 \, d\vec{x},$$

wobei B der von $y = -1$, $x = \sin(\pi \cdot y)$ und $y = (x + 1)^3$ begrenzte Bereich ist.

Übung 8. Wenden Sie die Variablentransformation $x = u \cos(v)$ und $y = u \sin(v)$ auf das Bereichsintegral

$$\iint_B (x + x^2 + y^2) \, d\vec{x},$$

an, wobei $B = \{(x, y) : y \geq 0, \quad x^2 + y^2 \leq 2\}$.

Übung 9. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y'' + 4y' + 3y = 2e^{-x} \cos(4x).$$

Übung 10. Bestimmen Sie ein Fundamentalsystem des Differentialgleichungssystems

$$\vec{y}(x)' = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \vec{y}(x).$$