

Mathematik B (ET) Sommersemester 2024

11. Übungsblatt (20.06.2024)

Beispiel 11.1. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichung: (3 Pkt.)

$$y''' - 4y'' + 4y' = 2e^{2x} - 25\sin(x) + 50\cos(x)$$

Hinweis: Ansatzmethode; Prüfen Sie die möglichen Resonanzen sorgfältig!

Beispiel 11.2. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichung: (3 Pkt.)

$$y'' - 4y = \frac{4e^x}{1 - e^{-x}}$$

Hinweis: Variation der Konstanten. Sie dürfen weiterhin benutzen, dass $\frac{1}{u^4(1-u)} = \frac{1}{u^4} + \frac{1}{u^3} + \frac{1}{u^2} + \frac{1}{u} - \frac{1}{u-1}$ gilt.

Beispiel 11.3. Wir betrachten die Differentialgleichung (2 Pkt.)

$$y'' + \frac{2}{x}y' = 6$$

- (a) Finden Sie eine (simple) Lösung der homogenen Gleichung.
- (b) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung mithilfe Reduktion der Ordnung.

Beispiel 11.4. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des homogenen Systems (3 Pkt.)

$$\vec{y}'(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & -4 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \vec{y}(x)$$

und lösen Sie das Anfangswertproblem $\vec{y}(0) = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Beispiel 11.5. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des homogenen Systems (3 Pkt.)

$$\vec{y}'(x) = \begin{pmatrix} 8 & 12 & -2 \\ -3 & -4 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \vec{y}(x).$$

Beispiel 11.6. Ermitteln Sie ein *reelles* Fundamentalsystem des Systems (2 Pkt.)

$$\vec{y}'(x) = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \vec{y}(x).$$