

Mathematik B (ET) Sommersemester 2024

2. Übungsblatt (21.03.2024)

Beispiel 2.1. Ermitteln Sie die Integrale durch Substitution

(3 Pkt.)

(a) $\int \left(4x^3 + \frac{1}{1+x^2}\right) e^{-x^4 - \arctan(x)} dx.$

(b) $\int \frac{3}{4+6x^2} dx.$

(c) $\int \cos(\sqrt{x}) dx.$

Beispiel 2.2. Ermitteln Sie das Integral durch Substitution

(2 Pkt.)

$$\int_0^1 x^2 \sqrt{1-x} \, dx$$

Hinweis: $u = 1 - x$, also $x = 1 - u \dots$

Beispiel 2.3. Ermitteln Sie die folgenden Integrale durch geeignetes Substituieren:

(2 Pkt.)

(a) $\int \frac{4x \arcsin(x^2)}{\sqrt{1-x^4}} dx.$

(b) $\int_0^1 \frac{1}{4\sqrt{3+x}\sqrt{2+\sqrt{3+x}}} dx.$

Beispiel 2.4. Ermitteln Sie die Integrale:

(3 Pkt.)

(a) $\int \frac{3x-1}{\sqrt{1-16x^2}} dx.$

(b) $\int 2 \arctan\left(\frac{1}{x}\right) dx.$

Beispiel 2.5. Wir definieren Integrale I_k durch

(2 Pkt.)

$$I_k = \int \frac{x^k}{1+x^2} dx.$$

Bestimmen Sie I_0, I_1, I_2 und I_3 .

Beispiel 2.6. Ermitteln Sie das Integral

(2 Pkt.)

$$\int_0^1 \arcsin(\sqrt{x}) dx$$

vermöge der Substitution $u = \arcsin(\sqrt{x})$.

Hinweis: Zeigen Sie hierfür zunächst, dass $\sin(2u) = 2\sqrt{x}\sqrt{1-x}$ gilt. Benutzen Sie hierfür ein Additionstheorem der Sinusfunktion und den trigonometrischen Pythagoras.