

Mathematik B (ET) Sommersemester 2024

3. Übungsblatt (11.04.2024)

Anmerkung: Im Skript sind auf Seite F-30 zwei Fehler. Es muss heissen:

$$I_k = \frac{y}{2(k-1)(y^2+1)^{k-1}} + \frac{2k-3}{2k-2} \cdot I_{k-1} \quad (k \geq 2),$$

das Vorzeichen ist also falsch im Skript. Weiterhin ist diese Formel korrekt:

$$\int \frac{dx}{(x^2 + \beta x + \gamma)^k} = \frac{1}{\alpha^{2k-1}} \cdot I_k,$$

es fehlt also der Exponent beim α im Skript.

Beispiel 3.1. Untersuchen Sie, ob ein typischer Spezialfall der Substitutionsregel vorliegt und ermitteln Sie die Integrale (2 Pkt.)

(a) $\int \frac{1}{x\sqrt{\ln(x)}} dx$

(b) $\int (xe^{2x} + x^2e^{2x}) dx$

Beispiel 3.2. Ermitteln Sie die Integrale (3 Pkt.)

(a) $\int \frac{3x^2 - x}{(x-1)(x+2)} dx.$
Hinweis: Polynomdivision

(b) $\int \frac{2x}{4x^2 - 2x + 1} dx.$

Beispiel 3.3. Ermitteln Sie das Integral (3 Pkt.)

$$\int \frac{3x-2}{(x^2+2x+5)^2} dx$$

Beispiel 3.4. Ermitteln Sie das Integral (2 Pkt.)

$$\int \frac{1}{1 + \cos(x)} dx.$$

Beispiel 3.5. Sei D der endliche Flächenbereich, der von der Geraden $y = x - 1$ und der Kurve $y = x^2 - x - 6$ begrenzt wird. (3 Pkt.)

- (a) Zeichnen Sie den Flächenbereich D .
- (b) Berechnen Sie den Flächeninhalt A von D mithilfe des folgenden Satzes. Satz: Seien $f(x), g(x)$ stetig im Intervall $[a, b]$ und $f(x) \geq g(x)$ für alle $x \in [a, b]$, dann ist $\int_a^b (f(x) - g(x)) dx$ der Flächeninhalt, der durch die Kurven $f(x)$ und $g(x)$ und die Geraden $x = a$ und $x = b$ begrenzt wird.