Name: **Matrikelnr.:**

Mathematik B (EEE) 1. Musterklausur

Aufgabe:	1	2	3	4		
Punkte:	10	8	6	8		
					=	*Punkte*

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!
Verwenden Sie für jede Aufgabe ein eigenes Blatt und notieren Sie auf jedem Blatt Ihren Namen, Matrikelnummer und Aufgabennummer!

Hinweis: Dieses Angabenblatt ist keine tatsächliche Klausur! Es ist nur als Muster gedacht um das Format der Klausuren zu illustrieren!

1. Die Funktion f ist durch *(10 Punkte)*

$$f(x) = \pi^2 - x^2$$

auf dem Intervall $[-\pi, \pi]$ definiert und wird 2π-periodisch auf ganz $\mathbb{R}$ fortgesetzt. Skizzieren Sie den Funktionsgraphen, und bestimmen Sie die Fourierreihe dieser Funktion.

2. Berechnen Sie das bestimmte Integral *(8 Punkte)*

$$\int_0^\pi \frac{\sin x}{\cos^2 x + \cos x - 6}\, dx.$$

3. Es ist die folgende Funktion in zwei Variablen gegeben: *(6 Punkte)*

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{\ln(1+x^2+y^2)}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Man untersuche, an welchen Stellen diese Funktion stetig ist.

Bitte wenden!

4. Kreuzen Sie bei (a)–(d) die korrekten Antworten an. Es können keine, genau eine oder auch mehrere Antworten zutreffend sein. Für jede vollständig richtig beantwortete Frage gibt es einen Punkt.

   (a) Die Bogenlänge der Kurve $y = \sin x$, wobei $x \in [0, \pi/4]$, ist gleich dem Integral

   (A) $\int_0^{\pi/4} \sqrt{1 + \cos x}\, dx$ (B) $\int_0^{\pi/4} \sqrt{1 + \cos^2 x}\, dx$ (C) $\int_0^{\pi/4} \sqrt{1 - \cos^2 x}\, dx$
   (D) $\int_0^{\pi/4} \sqrt{1 + \sin x}\, dx$ (E) $\int_0^{\pi/4} \sqrt{1 + \sin^2 x}\, dx$ (F) $\int_0^{\pi/4} \sqrt{1 - \sin^2 x}\, dx$

   (b) Von der total differenzierbaren Funktion $f(x, y)$ sind der Wert $f(1, 0) = 2$ und die partiellen Ableitungen $\frac{\partial f}{\partial x}(1, 0) = 3$ sowie $\frac{\partial f}{\partial y}(1, 0) = -2$ bekannt. Die Gleichung der Tangentialebene bei $(x, y) = (1, 0)$ ist dann

   (A) $T(x, y) = 3x - 2y - 1$ (B) $T(x, y) = 3x - 2y + 1$ (C) $T(x, y) = 3x + 2y - 1$
   (D) $T(x, y) = 3x + 2y + 1$ (E) $T(x, y) = -3x + 2y - 1$ (F) $T(x, y) = -3x + 2y + 1$

   (c) Nach der Simpsonregel ist das Integral $\int_0^2 \frac{2x}{1+x}\, dx$ approximativ gleich

   (A) 2.11111 (B) 2.22222 (C) 2.33333 (D) 2.44444 (E) 2.55555

   (d) Es sei f stetig differenzierbar mit $\nabla f(2, 0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$, und $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$. Dann ist die Richtungsableitung $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(2, 0)$

   (A) 6 (B) 2 (C) 0 (D) -3 (E) -5 (F) -7

Sind die Behauptungen in (e) und (f) wahr oder falsch? Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.

   (e) Nach dem Cauchy'schen Integralkriterium ist die Reihe *(2 Punkte)*

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln n}}$$

   konvergent.

   (f) Wenn das Integral $\int_1^\infty f(x)\, dx$ absolut konvergent ist, dann ist das Integral $\int_1^\infty \frac{f(x)}{x}\, dx$ ebenfalls absolut konvergent. *(2 Punkte)*