
Mathematik B (EEE) SS 2025

Institut für Diskrete Mathematik (5050), TU Graz

10. Übungsblatt (12.06.2025)

Beispiel 10.1. Man betrachte die Eulersche Differentialgleichung (2 Pkt.)

$$x^2 y'' + 3xy' + y = 0, \quad x > 0.$$

Zeigen Sie, dass $C_1 \frac{1}{x} + C_2 \frac{\ln(x)}{x}$ die allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung ist. Wie lautet die Lösung zu den Anfangsbedingungen $y(1) = 3$, $y'(1) = -2$?

Beispiel 10.2. Bestimmen Sie die Lösung der folgenden Anfangswertaufgabe (3 Pkt.)

$$y' + y \cos(x) = \sin(x) \cos(x), \quad y(0) = 1.$$

Beispiel 10.3. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung (3 Pkt.)

$$y'' + 2y' = 16 \sinh(2x) + 12x^2 + 42.$$

(Hinweis: $\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$)

Beispiel 10.4. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung (3 Pkt.)

$$y'' + 9y = 18 \cos(3x) - 42 \sin(3x).$$

Beispiel 10.5. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung (3 Pkt.)

$$y''' - 5y'' + 8y' - 4y = e^{2x}.$$

Beispiel 10.6. Wir betrachten die Differentialgleichung (4 Pkt.)

$$(x-1)y'' - xy' + y = 2(x-1)^2 e^x.$$

- (a) Bestimmen Sie mit Hilfe des Ansatzes $y = Ax + B$ eine Lösung der homogenen Gleichung.
- (b) Bestimmen Sie mit Hilfe der Reduktion der Ordnung die allgemeine Lösung der Differentialgleichung.
(Hinweis: Eine Stammfunktion von $\frac{e^x(x-1)}{x^2}$ ist $\frac{e^x}{x}$.)
- (c) Lösen Sie das Anfangswertproblem zu den Werten $y(0) = 2$ und $y'(0) = 5$.