
Mathematik B (EEE) SS 2025

Institut für Diskrete Mathematik (5050), TU Graz

2. Übungsblatt (20.03.2025)

Beispiel 2.1. Berechnen Sie den Grenzwert

(3 Pkt.)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \sqrt[n]{3} + \sqrt[n]{3^2} + \sqrt[n]{3^3} + \dots + \sqrt[n]{3^n}}{n}.$$

Hinweis: Interpretieren Sie den Grenzwert als Grenzwert einer Riemannsumme.

Beispiel 2.2. Sei $n \in \mathbb{N}$ eine natürliche Zahl.

(3 Pkt.)

(a) Finden Sie durch partielle Integration eine Rekursionsformel für das Integral

$$I_n := \int (\cosh(x))^n dx = \int \cosh(x) \cdot (\cosh(x))^{n-1} dx, \quad n \geq 2.$$

Hinweis: $\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$.

(b) Verwenden Sie die Formel aus (a), um $\int (\cosh(x))^5 dx$ zu bestimmen.

Beispiel 2.3. Berechnen Sie das folgende Integral mit Hilfe einer Partialbruchzerlegung.

(3 Pkt.)

$$\int \frac{x^2 + 1}{(x^2 - 1)^2} dx$$

Beispiel 2.4. Berechnen Sie die folgenden Integrale durch Substitution:

(2 Pkt.)

(a) $\int \left(3x^2 + \frac{1}{1+x^2} \right) e^{-x^3 - \arctan(x)} dx$

(b) $\int_0^1 \cosh(\sqrt{x}) dx$

Beispiel 2.5. Bestimmen Sie das Integral

(3 Pkt.)

$$\int_0^\pi \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$$

durch die Substitution von $y = \pi - x$ und die Identitäten: $\sin(\pi - y) = \sin(y)$ und $\cos(\pi - y) = -\cos(y)$.

Beispiel 2.6. Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(4 Pkt.)

(a) $\int \frac{x}{x^3 + 1} dx$

(b) $\int_{-1}^1 \frac{e^x - 1}{e^{2x} + 1} dx$