
Mathematik B (EEE) SS 2025

Institut für Diskrete Mathematik (5050), TU Graz

3. Übungsblatt (27.03.2025)

Beispiel 3.1. Ermitteln Sie das Integral

(3 Pkt.)

$$\int \frac{x^3 - x^2 - 2x + 1}{x^3 - x^2 + x - 1} dx.$$

Beispiel 3.2. Berechnen Sie das bestimmte Integral

(3 Pkt.)

$$\int_0^{1/3} \sqrt{2 - 9x^2} dx.$$

Hinweis: Partielle Integration.

Beispiel 3.3. Bestimmen Sie das Integral

(3 Pkt.)

$$\int \operatorname{artanh}(x) dx$$

auf zwei Arten: einmal durch partielle Integration und einmal unter Verwendung von $\operatorname{artanh}(x) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ und $\int \ln(x) dx = x \ln(x) - x + C$. Vergleichen Sie die beiden Ergebnisse.

Beispiel 3.4. Sei A der Flächenbereich, der von den Geraden $x = -1$, $x = 2$, $y = x$ und der Parabel $y = -x^2 + 3x - 2$ begrenzt wird.

(3 Pkt.)

- (a) Zeichnen Sie den Flächenbereich A .
- (b) Berechnen Sie A mit Hilfe des folgenden Satzes.

Satz: Seien $f(x)$ und $g(x)$ stetig im Intervall $[a, b]$ und es gelte $f(x) \geq g(x)$ für alle $x \in [a, b]$, dann ist $\int_a^b (f(x) - g(x)) dx$ der Flächeninhalt, des durch die Kurven $f(x)$ und $g(x)$ und die Geraden $x = a$ und $x = b$ begrenzten Bereichs.

Beispiel 3.5. Bestimmen Sie die Bogenlänge der Kurve

(2 Pkt.)

$$f(x) = \cosh(x)$$

von $x = -1$ bis $x = 1$.

Beispiel 3.6. Ermitteln Sie das Integral

(2 Pkt.)

$$\int_0^1 \arcsin(\sqrt{x}) dx$$

mittels der Substitution $u = \arcsin(\sqrt{x})$.

Hinweis: Zeigen Sie, dass $\sin(2u) = 2\sqrt{x}\sqrt{1-x}$ gilt.