
Mathematik B (EEE) SS 2025

Institut für Diskrete Mathematik (5050), TU Graz

8. Übungsblatt (22.05.2025)

Beispiel 8.1. Bestimmen Sie alle lokalen und globalen Maxima und Minima der Funktion (3 Pkt.)

$$f(x, y) = x^2 + \left(y + \frac{5}{3}\right)^2$$

auf der Menge $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 4x^2 + 9y^2 \leq 36\}$.

Beispiel 8.2. Bestimmen Sie alle lokalen und globalen Maxima und Minima der Funktion $h(x, y) = 9x^2 + 25y^2$ unter der Nebenbedingung $x^2 + y^2 = 4$ (4 Pkt.)

- (a) indem Sie die Nebenbedingung nach einer Variablen auflösen und in f einsetzen;
- (b) durch Parametrisieren der durch die Nebenbedingung beschriebenen Kurve;
- (c) mit Hilfe der Lagrange Methode.

Beispiel 8.3. Ermitteln Sie alle lokalen und globalen Maxima und Minima von (3 Pkt.)

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$$

unter den Nebenbedingungen

$$z^2 = x^2 + y^2 \quad \text{und} \quad x - 2z = 3$$

mit Hilfe der Methode der Lagrange-Multiplikatoren. Geben Sie weiters eine geometrische Interpretation Ihrer Lösung an.

Beispiel 8.4. Gegeben ist das Vektorfeld (3 Pkt.)

$$\vec{v}(x, y, z) = \begin{pmatrix} x + 2y + az \\ bx - 3y - z \\ 4x + cy + 2z \end{pmatrix},$$

wobei $a, b, c \in \mathbb{R}$. Berechnen Sie die Rotation und die Divergenz von \vec{v} . Für welche Werte von a und b ist das Feld wirbel- bzw. quellenfrei?

Beispiel 8.5. Berechnen Sie das Doppelintegral $\iint_B (x + 2xy - y^2) dx dy$ wobei der Bereich $B \subset \mathbb{R}^2$ der Rechtecksbereich sei, welcher durch die Eckpunkte $(3, 1)$, $(4, 1)$, $(4, 5)$, und $(3, 5)$ bestimmt ist. (3 Pkt.)

Beispiel 8.6. Berechnen Sie für die Funktion (3 Pkt.)

$$f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2}$$

das Doppelintegral $\iint_B f(x, y) dx dy$, wobei $B = [0, 1] \times [0, 2]$ ist, auf zwei Arten:

- (a) zuerst nach x und dann nach y , und zeigen Sie $\int_0^2 \left(\int_0^1 f(x, y) dx \right) dy = -\arctan(2)$;
- (b) zuerst nach y und dann nach x , und zeigen Sie $\int_0^1 \left(\int_0^2 f(x, y) dy \right) dx = \arctan\left(\frac{1}{2}\right)$.

Warum unterscheiden sich die beiden Ergebnisse?